

Analisi e Geometria 1
Esercitazione del 4 novembre 2021
Preparazione alla prima prova parziale
Prova generale

Rispondere a ciascun quesito scegliendo una (e una sola) tra le risposte a disposizione. Motivare la propria scelta.

1. Sia $(0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ una qualunque funzione iniettiva. Allora:

- (a) f non è suriettiva.
- (b) l'immagine di f non è limitata.
- (c) $e^f : (0, +\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}, x \rightarrow e^{f(x)}$, è iniettiva.
- (d) $f(x) \rightarrow +\infty$ per $x \rightarrow +\infty$.
- (e) Le altre affermazioni non sono corrette.

2. Poniamo $I = [0, 1]$ e sia $I \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ una qualunque funzione continua. Allora:

- (a) $(\exists x_0 \in I) (\forall x \in I) f(x_0) \leq f(x)$
- (b) l'immagine di f non è limitata.
- (c) Esiste un $c \in (0, 1)$ tale che f è derivabile in c e $f'(c) = 0$.
- (d) Le altre affermazioni non sono corrette.
- (e) $\exists c \in I f(c) = 0$

3. Siano $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ e $\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}$ due funzioni qualunque, soddisfacenti:

$$\text{per } x \rightarrow +\infty \quad f(x) \rightarrow +\infty, \quad g(x) \rightarrow +\infty$$

Allora:

- (a) $f(x) \sim g(x)$, per $x \rightarrow +\infty$.
- (b) $(f(x) - g(x)) \rightarrow 0$, per $x \rightarrow +\infty$

- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ esiste finito.
- (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ non esiste.
- (e) Nessuna delle altre affermazioni è corretta.

4. Poniamo $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{x}{x + \sin x} \quad x \neq 0$$

- (a) $f(x)$ ammette asintoto $y = x$ a $+\infty$.
- (b) f è dispari ed esiste un'estensione continua di f a \mathbb{R} .
- (c) Nessuna delle altre affermazioni è corretta.
- (d) f non ha asintoti orizzontali.
- (e) f è pari ed esiste un'estensione continua di f a \mathbb{R} .

5.

Il valore di: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(x^2)} - \cos x}{\log_e(1 + x^2)}$ è

- (a) 1
- (b) $\frac{3}{2}$
- (c) 3
- (d) 0
- (e) Le altre risposte sono sbagliate.

6. Sia S l'insieme delle soluzioni complesse dell'equazione $z^6 = e^{i\frac{\pi}{2}}$

- (a) Se $w \in S$, anche il coniugato di w sta in S .
- (b) S contiene infiniti numeri complessi.
- (c) Nessuna delle altre affermazioni è corretta.

- (d) Se $w \in S$, allora $e^{i\frac{\pi}{6}}w$ appartiene a S .
(e) S contiene $e^{i\frac{\pi}{4}}$.

7. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{21}$

- (a) Nessuna delle altre risposte è corretta.
(b) -1
(c) i
(d) 1
(e) $* -i$

8. Poniamo $f(x) = \arctan(x)$, $g(y) = \sqrt[3]{y}$. La derivata di $(g \circ f)(x)$ è:

- (a) $\frac{1}{3\sqrt[3]{(\arctan x)^2}} \frac{1}{1+x^2}$
(b) $\frac{1}{3\sqrt[3]{(\arctan x)^2}}$
(c) $\sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$
(d) nessuna delle altre risposte è corretta.

9. Sia f una funzione tale che $f(0) = f'(0) = 0$, $f''(0) = 6$. Allora

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{-1 + \sqrt{1 - x^2}}$$

- (a) non esiste
(b) -6
(c) 3
(d) 0

(e) Le altre risposte non sono corrette.

10. La funzione $f : (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{xe^{-x}}{x-1}$

(a) è strettamente decrescente sul suo dominio.

(b) è iniettiva

(c) ha un asintoto obliquo a $-\infty$

(d) ha un'estensione continua a tutto \mathbb{R} .

(a) non è strettamente monotona sul suo dominio.