A.A. 2021-22 ANALISI e GEOMETRIA 1

Simulazione della seconda prova parziale

Esercitazione del 23 dicembre 2021

1. (2 affermazioni corrette, 2 punti) L'integrale generalizzato $\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{1}{x \ln^2 x}\, dx$
   - (a) Diverge. ○
   - (b) Converge. ○
   - (c) Vale 0 ○
   - (d) Vale 1. ○
   - (e) Le altre affermazioni sono false. ○

---

2. (1 affermazione corretta, 1 punto) In $\mathbb{R}^3$, una equazione cartesiana del piano contenente la retta $\begin{cases} x+y+z+1 &= 0 \\ 2x-y+2 &= 0 \end{cases}$ e passante per il punto $(0,1,0)$ è:
   - (a) $x+y-z+2=0$ ○
   - (b) $x-3y-z-3=0$ ○
   - (c) Nessuna delle altre affermazioni è corretta. ○
   - (d) $3x-3y-z+3=0$ ○
   - (e) $3x+3y-z+3=0$ ○

---

3. (1 affermazione corretta, 1 punto) Sia $\mathbb{R} \xrightarrow{\gamma} \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (2-t^2, 1+t, 4+2t-t^2)$. Il piano osculatore di γ in $t=0$ è:
   - (a) $x+2y-z+1=0$ ○
   - (b) $x+2y+z-4=0$ ○
   - (c) $x-y-z+3=0$ ○
   - (d) $x+2y-z=0$ ○
   - (e) Nessuna delle altre affermazioni è corretta. ○

---

4. (2 affermazioni corrette; 2 punti) La funzione integrale $F(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{1+t^2}\, dt$
   - (a) F ha un punto di massimo locale in $x_0 = 0$. ○
   - (b) F ha un punto di minimo locale in $x_0 = 0$. ○
   - (c) $F'(\pi) = 1$. ○
   - (d) ha infiniti punti di discontinuità. ○
   - (e) ha infiniti punti di massimo locale. ○

5. (2 affermazioni corrette, 2 punti) Poniamo $f(x) = \frac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.

(a) L'integrale generalizzato $\int_0^1 f(x)\,dx$ è convergente. ◯

(b) L'integrale generalizzato $\int_0^1 f(x)\,dx$ è divergente. ◯

(c) L'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ è convergente. ◯

(d) L'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ è divergente. ◯

(e) L'integrale generalizzato $\int_0^{+\infty} f$ è convergente. ◯

---

6. (2 affermazioni corrette, 2 punti) Consideriamo la serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-5)^n}{n2^n}$, $(x \in \mathbb{R})$.

(a) Se $|x-5| > 2$, la serie è assolutamente convergente. ◯

(b) Se $x \in (3,7)$, la serie non è assolutamente convergente. ◯

(c) Se $x \in (3,7)$, la serie è assolutamente convergente. ◯

(d) Se $x = 7$, la serie è convergente. ◯

(e) Se $x = 3$, la serie è convergente. ◯

(Carta e Penna.) Seconda prova parziale e primo appello.

(a) (6 punti) Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = 2x + \sqrt{x^2 - 1}$$

$x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

(i) Determinare gli eventuali asintoti di f.

(ii) Calcolare la derivata e determinare i punti in cui f non è derivabile.

(iii) Determinare gli eventuali punti di massimo o di minimo locale per f.

(iv) Disegnare un grafico qualitativo di f.

(b) (3 punti) Enunciare con precisione e dimostrare il teorema sulla convergenza delle successioni reali monotóne limitate.

(c) (3 punti) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.