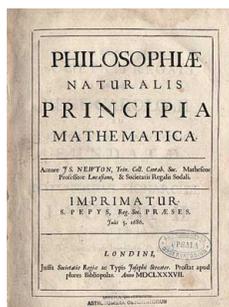


# I. Newton. I Principi Matematici della Filosofia Naturale



## Introduzione al Libro Primo

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria. Dicembre 2013.

## Indice

<b>1</b>	<b>I. Newton. I Principi Matematici della Filosofia Naturale (1687).</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Definizioni.</b>	<b>2</b>
2.1	Definizione I. Massa. . . . .	2
2.2	Definizione II. Quantità di moto. . . . .	3
2.3	Definizione III. Vis insita. . . . .	3
2.4	Definizione IV. Forza impressa. . . . .	3
<b>3</b>	<b>Assiomi o leggi del moto.</b>	<b>5</b>
3.1	Legge I . . . . .	5
3.2	Legge II . . . . .	6
3.3	Legge III . . . . .	7
3.4	Corollario I. Regola del parallelogramma delle forze . . . . .	7
3.5	Corollario II. Legge delle leve . . . . .	8
3.6	Corollario III. Principio di conservazione della quantità di moto . . . . .	8
3.7	Corollario IV. . . . .	9
3.8	Corollario V. . . . .	9
3.9	Corollario VI. . . . .	10
<b>4</b>	<b>Bibliografia e siti on-line</b>	<b>10</b>

<sup>0</sup>Nome file: Meccanica-classica-01-2013.tex

# 1 I. Newton. I Principi Matematici della Filosofia Naturale (1687).

Isaac Newton nasce a Woolsthorpe-by-Colsterworth, nella Contea del Lincolnshire il 25 dicembre 1642 e muore a Londra 20 marzo 1727. Tra i suoi principali meriti si devono annoverare quelli della scoperta della *legge di gravitazione universale* e dell'invenzione del *calcolo differenziale (infinitesimale)* che ha reso possibile tale scoperta e moltissime altre. Nella biografia di Niccolò Guicciardini<sup>1</sup> si legge:

“Isaac Newton occupa una posizione di grande rilievo nella storia della scienza e della cultura in generale. Il suo nome è associato a una grande quantità di leggi e teorie ancora oggi insegnate: si parla così di dinamica newtoniana, di leggi newtoniane del moto, di teorie della gravitazione. Più in generale ci si riferisce al newtonianesimo come a una concezione del mondo che ha influenzato la cultura europea per tutto il Seicento.”

La sua opera più importante, pubblicata il 5 luglio 1687, è certamente *I Principi Matematici della Filosofia Naturale*. Essa è considerata una delle più importanti opere che siano mai state scritte in ambito scientifico. “I Principia” sono suddivisi in tre parti: il *Libro Primo - Il moto dei corpi* e il *Libro Secondo - Il moto dei corpi in mezzi resistenti* sono prevalentemente di carattere matematico mentre nel *Libro terzo - Il sistema del mondo* Newton spiega la sua idea di struttura dell'universo secondo la quale i pianeti si muovono nello spazio vuoto sotto l'azione di forze inversamente proporzionali al quadrato della loro distanza dal Sole.

Il Libro Primo, imitando l'impostazione degli “Elementi” di Euclide, inizia con una sezione dal titolo “Definizioni e Assiomi”. Nelle “Definizioni” Newton introduce i concetti fondamentali della dinamica classica: definisce in particolare la massa, la forza e la quantità di moto mentre nella sezione *Assiomi* enuncia e commenta le tre leggi fondamentali del moto; quelle stesse tre leggi sulle quali ancora oggi si fonda l'intera dinamica classica. In queste note si interpretano in chiave moderna gli argomenti contenuti nelle primissime pagine del Libro Primo.

## 2 Definizioni.

### 2.1 Definizione I. Massa.

*Definizione I. La quantità di materia è la misura della medesima ricavata dal prodotto della sua densità per il suo volume.*

La massa è il prodotto della densità di un corpo per il suo volume.

$$\text{massa} = \text{densità} \times \text{volume}$$

Molti storici criticano questa definizione per la sua evidente circolarità (la densità si definisce come il rapporto tra la massa di un corpo e il suo volume) e per la sua non operatività (essa non fornisce un metodo pratico per misurare la massa).

---

<sup>1</sup>Niccolò Guicciardini, *Newton. Un filosofo della natura e il sistema del mondo*. È una bella biografia di Newton, ristampata nel 2013 da Le Scienze nella collana “I grandi della scienza”. La citazione si trova (senza riferimenti bibliografici) anche nel sito di Wikipedia: [http://it.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](http://it.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton)

## 2.2 Definizione II. Quantità di moto.

*Definizione II. La quantità di moto è la misura della medesima ricavata dal prodotto della sua velocità per la quantità di materia.*

La quantità di moto di un corpo è il prodotto della sua massa per la velocità

$$\text{quantità di moto} = \text{massa} \times \text{velocità} \quad (2.1)$$

In termini più precisi, il vettore quantità di moto  $\mathbf{P}$  di un punto materiale di massa  $m$  e velocità  $\mathbf{v}$  è

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} \quad (2.2)$$

## 2.3 Definizione III. Vis insita.

Nella Definizione III Newton ritorna sul concetto di massa, ciò che egli chiama “vis insita” è in termini moderni, la “massa inerziale” cioè la misura della capacità di un corpo di opporsi alle variazioni di velocità.

*Definizione III. La forza insita (vis insita) della materia è la sua disposizione a resistere; per cui ciascun corpo, per quanto sta in esso, persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.*

Un corpo, per la natura inerte della materia, non è senza difficoltà allontanato dal suo stato di quiete o di moto. Questa vis insita può essere chiamata, con una denominazione molto significativa, *inerzia* o forza di inattività. Ma un corpo esercita questa forza, quando un'altra forza, impressa su di esso, tenta di cambiare la sua condizione [di moto]; e l'azione di questa forza può essere considerata sia come resistenza che come impulso; è resistenza in quanto il corpo, per mantenere lo stato [di moto] attuale, si oppone alla forza impressa; è impulso in quanto il corpo [...] tenta di cambiare lo stato di quell'altra forza. Il termine resistenza di solito si usa per i corpi in quiete, mentre si usa impulso per quelli in moto; ma moto e quiete, come è convincimento comune, sono solo in parte distinguibili; nè quei corpi sono realmente in quiete, come sono comunemente pensati che siano.

Come sostiene S.Chandrasekhar [3, pag. 19] “Non c'è quasi nulla che si può utilmente aggiungere alla accurata spiegazione di Newton del concetto di “inerzia”.

## 2.4 Definizione IV. Forza impressa.

*Definizione IV. Una forza impressa è un'azione esercitata sul corpo al fine di mutare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.*

Questa forza consiste nella sola azione e non rimane nel corpo quando l'azione è finita. Poichè un corpo mantiene ogni nuovo stato di moto che acquista per mezzo della sola inerzia. Ma le forze impresse hanno origini differenti, come percussione, pressione e forza centripeta.

La definizione traduce la nostra idea intuitiva di forza anche se qui non viene esplicitata la sua natura vettoriale. Nessun accenno a direzione e verso.

### 3 Assiomi o leggi del moto.

#### 3.1 Legge I

*Legge I.*

*Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.*

I proiettili perseverano nei propri moti salvo che siano rallentati dalla resistenza dell'aria, e sono attratti verso il basso dalla forza di gravità. Una trottola, le cui parti, a causa della coesione, di continuo si deviano l'un l'altra dal movimento rettilineo, non cessa di ruotare, salvo che venga rallentata dalla resistenza dell'aria. I corpi più grandi dei pianeti e delle comete conservano più a lungo i propri moti sia progressivi che circolari effettuati in spazi meno resistenti.

Si tratta del *principio d'inerzia*. Nello Scolio Newton cita esplicitamente Galileo che fu il primo a menzionarla. In termini moderni la prima legge del moto afferma

Legge d'inerzia.

Se la risultante  $\mathbf{F}$  delle forze esterne agenti su un punto materiale è nulla allora esso si muove con velocità  $\mathbf{v}$  costante; in particolare, se il punto materiale è inizialmente in quiete esso permane nello stato di quiete.

Poiché la posizione e la velocità di un corpo dipendono dal sistema di riferimento utilizzato dall'osservatore, la prima legge del moto stabilisce l'esistenza di particolari sistemi di riferimento, ovvero

Sistema di riferimento inerziale.

Se un punto materiale non è soggetto all'azione di forze esterne allora esiste almeno un sistema di riferimento rispetto al quale la velocità del punto materiale risulta costante.

I sistemi di riferimento di questo tipo si chiamano sistema di riferimento *inerziali*. Ovviamente qualunque sistema di riferimento che si muove con velocità uniforme rispetto a un sistema di riferimento inerziale è esso stesso un sistema di riferimento inerziale. Secondo Newton i sistemi di riferimento inerziali sono quelli che risultano non accelerati rispetto alle stelle fisse<sup>2</sup>. Il sistema di riferimento solidale con le stelle 'fisse' costituisce un'eccellente approssimazione dello *spazio assoluto*.

---

<sup>2</sup>Oggi sappiamo che le 'stelle fisse' sono in moto relativo tra loro.

## 3.2 Legge II

*Legge II.*

*Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa.*

Posto che una qualche forza generi un movimento qualsiasi, una forza doppia ne produrrà uno doppio, e una tripla uno triplo, sia che sia stata impressa di colpo e in una sola volta, sia gradualmente ed in tempi successivi. E questo moto (poiché è sempre determinato lungo la stessa direzione della forza generatrice) se è concorde e se il corpo era già mosso, viene aggiunto al moto di quello; sottratto se contrario, oppure aggiunto solo in parte se obliquo, così da produrre un nuovo movimento composto dalla determinazione di entrambi.

In termini moderni la seconda legge del moto si può enunciare così

Seconda legge del moto.

In un sistema di riferimento inerziale la forza agente su un punto materiale è uguale alla rapidità di variazione della quantità di moto rispetto al tempo

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \quad (3.1)$$

Se la massa del punto materiale è costante, l'uguaglianza  $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}$  è equivalente a  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ , infatti

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{d\mathbf{P}}{dt} \\ &= \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \\ &= m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \\ &= m\mathbf{a} \end{aligned}$$

Fino al 1600 era universalmente accettata l'idea aristotelica che per mantenere un corpo in movimento con velocità uniforme fosse necessaria l'applicazione continua di una forza esterna. Newton contesta questo punto di vista: non serve l'azione di una forza esterna per garantire il moto di un corpo, se in un certo istante di tempo un corpo possiede velocità  $\mathbf{v}$  continuerà a muoversi di moto rettilineo alla stessa velocità. L'intervento di forze esterne agenti sul corpo è necessario, non per il mantenimento del moto, bensì per *iniziare, interrompere o modificare* il moto stesso.

### 3.3 Legge III

#### *Legge III*

*Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte.*

Qualunque cosa premi o tiri un'altra cosa, è pressata e tirata da essa nella stessa misura. Se qualcuno preme una pietra col dito, anche il suo dito viene premuto dalla pietra. Se un cavallo tira una pietra legata a una fune, anche il cavallo è tirato ugualmente (se così posso dire) verso la pietra: infatti la fune distesa tra le due parti, per lo stesso tentativo di allentarsi, spingerà il cavallo verso la pietra e la pietra verso il cavallo; e di tanto impedirà l'avanzare dell'uno di quanto promuoverà l'avanzare dell'altro. [...] Questa legge si verifica anche nelle attrazioni, come sarà provato nel prossimo scolio.

#### Terza legge del moto.

Quando due corpi interagiscono, la forza  $\mathbf{F}_{12}$  che il secondo corpo esercita sul primo è uguale e opposta alla forza  $\mathbf{F}_{21}$  che il primo esercita sul secondo

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \quad (3.2)$$

La terza legge del moto è stata probabilmente formulata per la prima volta da Newton. Essa è valida sia nei casi ovvi di “azioni a contatto”, quali sono quelli del dito che preme una pietra o quello del cavallo che traina un corpo, sia nei casi di “azioni a distanza” come le attrazioni che si esercitano tra i pianeti.

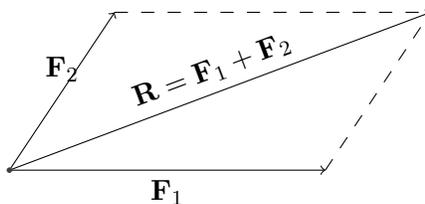
Essa si applica anche al caso della forza gravitazionale esercitata dalla terra su un oggetto. In questo caso se  $\mathbf{F}$  è la forza che la terra esercita sull'oggetto allora, in accordo con la terza legge, l'oggetto stesso esercita una forza  $-\mathbf{F}$  sulla terra. Ovviamente la variazione di quantità di moto della terra è praticamente nulla perchè, essendo la massa terrestre molto grande, risulta molto piccola (infinitesima) la sua variazione di velocità.

Per evitare un utilizzo scorretto di questa legge bisogna sempre ricordare che la coppia di forze, l'azione e la reazione, si applica a corpi differenti, mai al medesimo corpo.

### 3.4 Corollario I. Regola del parallelogramma delle forze

Newton enuncia come prima conseguenza delle tre leggi del moto la regola per determinare l'effetto prodotto dall'azione simultanea di due forze  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$  agenti simultaneamente su un corpo. Si tratta della nota regola del parallelogramma

*Corollario I. Un corpo spinto da forze congiunte, descriverà la diagonale di un parallelogramma nello stesso tempo nel quale descriverà separatamente i lati.*



**Figura 1.** L'azione congiunta di  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$  produce la risultante  $\mathbf{R}$ .

Molti storici criticano (a mio parere, giustamente) il fatto che la validità di questa regola sia deducibile dalle tre leggi del moto poichè nessuna di esse fa esplicito riferimento all'azione di due forze che agiscono contemporaneamente su un corpo. Da un punto di vista logico sarebbe forse più corretto assegnare alla regola del parallelogramma il ruolo di “nuova legge” la cui validità è verificabile sperimentalmente. Si può altrimenti pensare questa regola come un assioma posto a fondamento della dinamica classica, in questa seconda ipotesi non è ovviamente necessario esibire alcuna verifica sperimentale che provi la sua veridicità.

### 3.5 Corollario II. Legge delle leve

*Corollario II. Per conseguenza è manifesta la composizione di una forza diretta  $AD$  per effetto di forze oblique  $AC$  e  $CD$ , e, per converso, la risoluzione di quella forza diretta  $AD$  nelle forze oblique qualunque  $AC$  e  $CD$ . E tale composizione e risoluzione è abbondantemente confermata dalla meccanica.*

Il corollario 2 riguarda la legge delle leve. Le argomentazioni e la figura di Newton descrivono una situazione meccanica abbastanza complessa che qui non viene riportata; chi fosse interessato può consultare [1, pag. 118-120].

### 3.6 Corollario III. Principio di conservazione della quantità di moto

Newton enuncia il principio di conservazione della quantità di moto come corollario della seconda e terza legge del moto.

*Corollario III. La quantità di moto ottenuta prendendo la somma dei moti diretti verso la medesima parte, e la differenza dei moti diretti in parti opposte, non viene mutata dall'azione dei corpi tra loro.*

Se due oggetti aventi massa  $m_1$  e  $m_2$  si urtano, durante l'intervallo di tempo (in genere piccolo) in cui avviene la collisione il secondo oggetto esercita sul primo la forza  $\mathbf{F}_{12}(t)$  mentre il primo oggetto esercita sul secondo la forza  $\mathbf{F}_{21}(t)$ . Per la terza legge del moto, in ogni istante  $t$  in cui avviene la collisione si ha

$$\mathbf{F}_{12}(t) = -\mathbf{F}_{21}(t) \quad (3.3)$$

Quindi

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{P}}{dt} &= \frac{d(m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2)}{dt} \\
&= \frac{d(m_1\mathbf{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\mathbf{v}_2)}{dt} \\
&= \mathbf{F}_{12}(t) + \mathbf{F}_{21}(t) \\
&= 0
\end{aligned}$$

La quantità di moto totale  $m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2$  del sistema formato dalle due masse risulta costante nel tempo, ovvero si conserva.

Principio di conservazione della quantità di moto.

Se la risultante  $\mathbf{F}$  delle forze esterne agenti su un sistema di particelle è nulla, allora la quantità di moto  $\mathbf{P}$  del sistema si mantiene costante nel tempo.

### 3.7 Corollario IV.

*Corollario IV. Il comune centro di gravità di due o più corpi, non muta il suo stato di moto o di quiete per effetto delle azioni dei corpi tra loro: e per effetto dei corpi agenti fra di loro (esclusi le azioni e gli impedimenti esterni) il comune centro di gravità o giace in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.*

Newton considera qui il caso di un sistema formato da  $n$  punti materiali di massa  $m_1, m_2, \dots, m_n$ . Se la velocità  $\mathbf{v}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) di ogni singola particella è costante nel tempo e sul sistema non agiscono forze esterne allora il centro di massa del sistema si muove di moto rettilineo uniforme.

### 3.8 Corollario V.

*Corollario V. I moti relativi dei corpi inclusi in un dato spazio sono identici sia che quello spazio giaccia in quiete, sia che il medesimo si muova in linea retta senza moto circolare.*

Infatti le differenze dei moti che tendono verso la stessa parte, e la somma di quelli che tendono verso parti contrarie, all'inizio (per ipotesi) sono le medesime in ambo i casi. e da queste somme o differenze nascono lo scontro e l'impulso con cui i corpi si urtano mutuamente. Quindi, per la II legge, gli effetti degli scontri saranno uguali in entrambi i casi, e perciò i moti fra loro nel primo caso rimarranno uguali ai moti fra loro nell'altro. Ciò viene provato da un chiaro esperimento. Sulla nave, sia che essa stia in riposo, sia che si muova uniformemente in linea retta, tutti i movimenti avvengono nella stessa maniera.

L'esperimento di pensiero della "nave" è stato utilizzato anche da Galileo (*Dialogo dei massimi sistemi*, giornata seconda). Non è possibile realizzare un esperimento di meccanica all'interno della nave che permetta di decidere se essa è in quiete o se si muove di moto rettilineo uniforme.

### 3.9 Corollario VI.

*Corollario VI. Se i corpi sono mossi uno rispetto all'altro in un qualunque modo, e sono spinti da forze acceleratrici eguali lungo linee parallele, essi continueranno ad essere mossi l'uno rispetto all'altro nello stesso modo, come se non fossero sollecitati da quelle forze.*

Infatti, quelle forze, agendo ugualmente (in relazione alle quantità dei corpi mossi) e secondo linee parallele, per la II legge muoveranno tutti i corpi in modo uguale (rispetto alla velocità) e perciò le posizioni ed i moti dei corpi fra loro non muteranno mai.

Anche se in modo implicito qui si dimostra che le leggi del moto continuano a essere valide anche in alcuni particolari sistemi di riferimento accelerati. Le dimostrazioni di questo corollario e del precedente utilizzano la II e la III legge del moto.

## 4 Bibliografia e siti on-line

Per scrivere queste note si sono utilizzati i seguenti testi

- [1] I. Newton, *Principi matematici della filosofia naturale.*, Traduzione di Alberto Pala. UTET, 1977.
- [2] Michael Spivak, *Physics for Mathematicians. Mechanics I.* Publish or Perish, Inc., 2010.
- [3] S. Chandrasekhar, *Newton's Principia for the Common Reader.* Clarendon Press. Oxford. 1995.
- [4] Niccolò Guicciardini, *Newton. Un filosofo della natura e il sistema del mondo.* Ed. Le Scienze. 2013.

Dalla rete si segnala:

1. "The Newton Project" è un'organizzazione non profit che si pone l'obiettivo di pubblicare integralmente tutti gli scritti di I. Newton  
<http://www.newtonproject.sussex.ac.uk/prism.php?id=1>
2. "Cambridge Digital Library" L'Università di Cambridge possiede molti scritti originali di Newton, una parte dei quali è stata digitalizzata ed è visionabile da tutti (esempio notevole di utilizzo intelligente della rete)  
[cudl.lib.cam.ac.uk/](http://cudl.lib.cam.ac.uk/)
3. "asimmetrie.it" Rivista dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare  
<http://www.asimmetrie.it/index.php/as-radici-da-newton-a-higgins>