Liceo Scientifico "L. Cremona" - Milano. Test di matematica. Limiti di funzioni e continuità.		Classe: ______ Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Ottobre 2014

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.[1]

Esercizio 1. Scrivere la $\varepsilon - \delta$ definizione di limite nel seguente caso: $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

Esercizio 2. Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

Esercizio 3. Determinare il dominio massimale D delle seguenti funzioni e stabilire, motivando la risposta, se esse sono continue in D

1. $f(x) = \sqrt{x}\,|\log x|$
2. $f(x) = \dfrac{x^2 e^x}{x^2 - 1}$
3. $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$

Esercizio 4. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è continua in $x_0 = 0$? Motivare la risposta.

Esercizio 5. Stabilire se l'equazione

$$3x^3 + x^2 + 3x + 1 = 0$$

ammette soluzioni in $[-1, 0]$.

[1] File tex: verifica01-onde-2013-4g.tex

Soluzioni

Esercizio 1. $\forall \varepsilon > 0 \ \exists K > 0 \mid \forall x > k$ si ha: $|f(x) - 2| < \varepsilon$

Esercizio 2. Vedere enunciato e dimostrazione sul testo.

Esercizio 3.

1. $D(f) = (0, +\infty)$. La funzione f è continua in ogni punto di $D(f)$ perchè prodotto di funzioni continue.
2. $D(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione f è continua in ogni punto di $D(f)$ perchè quoziente di funzioni continue.
3. $D(f) = (-\infty, +\infty)$. La funzione f è continua in ogni punto di $D(f)$ perchè composizione di funzioni continue.

Esercizio 4. La funzione non è continua in $x_0 = 0$, infatti $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$ e $f(0) = 2$.

Esercizio 5. La risposta è affermativa, infatti il polinomio $p(x) = 3x^3 + x^2 + 3x + 1$ soddisfa in $[-1, 0]$ le ipotesi del teorema degli zeri ($p(x)$ è continuo in $[-1, 0]$, $p(-1) = -4$ e $p(0) = 1$). Segue che esiste almeno un punto $c \in (-1, 0)$ per il quale si ha $f(c) = 0$.