

Liceo Scientifico "L. Cremona"		Classe: _____
TEST DI MATEMATICA. Probabilità .		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2017

Rispondere in modo conciso ai seguenti quesiti sul retro del foglio e trascrivere le risposte nelle apposite caselle.¹

Esercizio 1. In un mazzo di 36 carte (3, 4, 5, 6, 7, J, Q, K, A, quattro semi) ne vengono estratte tre a caso. Trovare la probabilità che tra di esse vi sia almeno un asso.

Esercizio 2. Vengono sparati tre colpi in successione. Le probabilità di colpire il bersaglio al primo, secondo e terzo colpo sono nell'ordine

$$p_1 = 0,4 \quad p_2 = 0,5 \quad p_3 = 0,7$$

Qual è la probabilità di colpire il bersaglio esattamente una volta?

Esercizio 3. Tre scatole A , B , C contengono lampade prodotte da una certa fabbrica di cui alcune difettose. A contiene 2000 lampade con il 5% di esse difettose, B ne contiene 500 con il 20% difettose e C ne contiene 1000 con il 10% difettose. Si sceglie una scatola a caso e si estrae a caso una lampada. Qual è la probabilità che essa sia difettosa?

Esercizio 4. Si lanciano contemporaneamente due dadi.

- Qual è la probabilità di ottenere somma otto esattamente cinque volte in 20 lanci.
- Qual è la probabilità di ottenere somma otto almeno cinque volte in 20 lanci.

Esercizio 5. Un mazzo di 36 carte (3, 4, 5, 6, 7, J, Q, K, A, quattro semi) viene diviso a caso in due mazzi, ciascuno di 18 carte. Qual è la probabilità che in entrambi i mazzi vi sia lo stesso numero di carte nere e rosse?

Esercizio 6. *Esame di Stato 2014. Sessione ordinaria. Corso Sperimentale. Indirizzo: Piano Nazionale Informatica. Quesito 3.*

In un'urna ci sono 5 palline rosse, 5 gialle, 5 verdi e 5 bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valuti la probabilità che

- esattamente una pallina sia rossa.
- le tre palline siano di colori differenti

Esercizio 7. Nelle ultime dieci estrazioni del lotto non è uscito il numero 77 sulla ruota di Napoli. Qual è la probabilità che non esca neppure nelle prossime dodici estrazioni ed esca invece alla tredicesima estrazione?

¹File tex: verifica.07_probabilita.2014.tex

Soluzioni dei primi quattro esercizi.

Esercizio 1. In un mazzo di 36 carte (3, 4, 5, 6, 7, J, Q, K, A, quattro semi) ne vengono estratte tre a caso. Trovare la probabilità che tra di esse vi sia almeno un asso.

Primo metodo.

Si considerino i seguenti tre eventi

A_1 : “è stato estratto esattamente un asso”

A_2 : “sono stati estratti esattamente due assi”

A_3 : “sono stati estratti tre assi”

Si ottiene

$$p(A_1) = \frac{\binom{4}{1} \binom{32}{2}}{\binom{36}{3}} \approx 0,2778$$

$$p(A_2) = \frac{\binom{4}{2} \binom{32}{1}}{\binom{36}{3}} \approx 0,0269$$

$$p(A_3) = \frac{\binom{4}{3} \binom{32}{0}}{\binom{36}{3}} \approx 0,0006$$

L'evento $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ individua l'evento richiesto (“è stato estratto almeno un asso”)

$$p(A) = p(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) \approx 0,3053$$

Secondo metodo.

Il complementare \bar{A} di A consiste nel seguente evento: “non è stato estratto alcun asso”.

$$p(\bar{A}) = \frac{\binom{32}{3}}{\binom{36}{3}} \approx 0,6947$$

Quindi la probabilità richiesta è

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) \approx 1 - 0,6947 = 0,3053$$

Esercizio 2. Vengono sparati tre colpi in successione. Le probabilità di colpire il bersaglio al primo, secondo e terzo colpo sono nell'ordine

$$p_1 = 0,4 \quad p_2 = 0,5 \quad p_3 = 0,7$$

Qual è la probabilità di colpire il bersaglio esattamente una volta?

Sia

A_1 : “il bersaglio è stato colpito al primo colpo”

A_2 : “il bersaglio è stato colpito al secondo colpo”

A_3 : “il bersaglio è stato colpito al terzo colpo”

Indicato con A l'evento richiesto ("il bersaglio è stato colpito esattamente una volta"), si ottiene:

$$\begin{aligned}
 p(A) &= p((A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3)) \\
 &= p(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) + p(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) + p(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) \\
 &= 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \\
 &= 0,06 + 0,09 + 0,21 \\
 &= 0,36
 \end{aligned}$$

(Per comprendere meglio il problema può essere utile disegnare un diagramma ad albero).

Esercizio 3. Tre scatole A , B , C contengono lampade prodotte da una certa fabbrica di cui alcune difettose. A contiene 2000 lampade con il 5% di esse difettose, B ne contiene 500 con il 20% difettose e C ne contiene 1000 con il 10% difettose. Si sceglie una scatola a caso e si estrae a caso una lampada. Qual è la probabilità che essa sia difettosa?

Problema proposto all'esame di stato del 2003. La probabilità che dopo aver scelto una scatola a caso venga estratta una lampada difettosa è

$$\begin{aligned}
 P &= P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C) \\
 &= P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) + P(D|C)P(C) \\
 &= \frac{5}{100} \frac{1}{3} + \frac{20}{100} \frac{1}{3} + \frac{10}{100} \frac{1}{3} \\
 &\approx 12\%
 \end{aligned}$$

Esercizio 4. Si lanciano contemporaneamente due dadi.

- Qual è la probabilità di ottenere somma otto esattamente cinque volte in 20 lanci.
- Qual è la probabilità di ottenere somma otto almeno cinque volte in 20 lanci.

La probabilità di ottenere somma otto lanciando due dadi è $\frac{5}{36}$

a) La probabilità di ottenere somma otto esattamente cinque volte in 20 lanci è

$$\binom{20}{5} \left(\frac{5}{36}\right)^5 \left(1 - \frac{5}{36}\right)^{15}$$

b) La probabilità di ottenere somma otto meno di cinque volte in 20 lanci è

$$p = \binom{20}{0} \left(\frac{5}{36}\right)^0 \left(\frac{31}{36}\right)^{20} + \binom{20}{1} \left(\frac{5}{36}\right)^1 \left(\frac{31}{36}\right)^{19} + \binom{20}{2} \left(\frac{5}{36}\right)^2 \left(\frac{31}{36}\right)^{18} + \binom{20}{3} \left(\frac{5}{36}\right)^3 \left(\frac{31}{36}\right)^{17} + \binom{20}{4} \left(\frac{5}{36}\right)^4 \left(\frac{31}{36}\right)^{16}$$

La probabilità di ottenere somma otto almeno cinque volte in 20 lanci è $1 - p$.

Esercizio 5. Un mazzo di 36 carte (3, 4, 5, 6, 7, J , Q , K , A , quattro semi) viene diviso a caso in due mazzi, ciascuno di 18 carte. Qual è la probabilità che in entrambi i mazzi vi sia lo stesso numero di carte nere e rosse?

Il mazzo di 36 carte viene suddiviso in due parti uguali. Esistono $\binom{36}{18}$ modi diversi di realizzare questa suddivisione.

I casi favorevoli consistono nell'avere (in entrambi i mazzi) esattamente 9 carte rosse e 9 carte nere. Le nove carte rosse possono essere scelte in $\binom{18}{9}$ modi diversi, ovviamente si ha lo stesso numero di scelte anche per quanto riguarda le carte nere. La probabilità richiesta è

$$p = \frac{\binom{18}{9} \binom{18}{9}}{\binom{36}{18}}$$