

Liceo Scientifico “L. Cremona”		Classe: _____
TEST DI MATEMATICA. Combinatoria.		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2015

*Rispondere in modo conciso ai seguenti quesiti nelle apposite caselle.<sup>1</sup>*

**Esercizio 1.** Quanti diversi terni si possono realizzare al gioco del lotto? (I numeri sono 90, un terno è formato da tre numeri. Non conta l'ordine di estrazione).

**Esercizio 2.** Quante sono le diagonali di un poligono di  $n$  lati?

**Esercizio 3.** Quante parole di lunghezza 5 si possono scrivere avendo a disposizione un alfabeto di 26 lettere? (In questo contesto una parola di lunghezza 5 è una sequenza di esattamente cinque lettere in cui sono ammesse lettere ripetute. Una parola può essere anche priva di significato).

**Esercizio 4.** Quanti sono i monomi omogenei di grado 8 nelle indeterminate  $x, y, z$  con coefficiente (parte numerica) uguale a uno?

**Esercizio 5.** In quanti modi si possono disporre 7 palline da tennis in 4 scatole in modo tale che ogni scatola contenga almeno una pallina?

---

<sup>1</sup>File tex: verifica\_06.combinatoria.2015.tex

**Esercizio 6.** Trovare il coefficiente di  $x^3$  in  $(1 - 2x)^5$ .

**Esercizio 7.** Dimostrare che  $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ . Quanti sono tutti i sottoinsiemi di un insieme  $A$  formato da 10 elementi?

**Esercizio 8.** Dimostrare la seguente uguaglianza

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

**Esercizio 9.** Quanti sono i numeri di esattamente tre cifre tutte e tre diverse tra loro?

**Esercizio 10.** Quanti sono gli anagrammi di “*resistere*”?

Liceo Scientifico "L. Cremona"		Classe: _____
TEST DI MATEMATICA. Combinatoria.		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2015

Rispondere in modo conciso ai seguenti quesiti sul retro del foglio e trascrivere le risposte nelle apposite caselle.

### SOLUZIONI.

**Esercizio 1.** Quanti diversi terni si possono realizzare al gioco del lotto? (I numeri sono 90, un terno è formato da tre numeri. Non conta l'ordine di estrazione.)  $\boxed{\binom{90}{3}}$

**Esercizio 2.** Quante sono le diagonali di un poligono di  $n$  lati?

$$\boxed{\binom{n}{2} - n = \frac{n(n-3)}{2}}$$

**Esercizio 3.** Quante parole di lunghezza 5 si possono scrivere avendo a disposizione un alfabeto di 26 lettere? (In questo contesto una parola di lunghezza 5 è una sequenza di esattamente cinque lettere, in cui sono ammesse lettere ripetute).  $\boxed{26^5}$

**Esercizio 4.** Quanti sono i monomi omogenei di grado 8 nelle indeterminate  $x, y, z$  con coefficiente (parte numerica) uguale a uno?

$$\boxed{\frac{3^8}{8!} = 45}$$

**Esercizio 5.** In quanti modi si possono disporre 7 palline da tennis in 4 scatole in modo tale che ogni scatola contenga almeno una pallina?

$$\boxed{\frac{4^7}{3!} = 20}$$

**Esercizio 6.** Trovare il coefficiente di  $x^3$  in  $(1 - 2x)^5$ .  $\boxed{-80}$

**Esercizio 7.** Dimostrare che  $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ . Quanti sono tutti i sottoinsiemi di un insieme  $A$  formato da 10 elementi?

Dal teorema del binomio (Newton):  $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$ , per  $a = b = 1$ , si ottiene  $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ . Il numero di sottoinsiemi che si possono formare da un insieme di 10 elementi è  $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \dots + \binom{10}{10} = 2^{10}$ .

**Esercizio 8.** Dimostrare la seguente uguaglianza

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

$$\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} = \frac{(n-1)^{\underline{k}}}{k!} + \frac{(n-1)^{\underline{k-1}}}{(k-1)!} = \frac{(n-1)(n-2)\cdots(n-k)}{k!} + \frac{(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{(k-1)!} \frac{k}{k} =$$
$$= \frac{(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)[n-k+k]}{k!} = \binom{n}{k}.$$

**Esercizio 9.** Quanti sono i numeri di esattamente tre cifre tutte e tre diverse tra loro?

$$9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$$

**Esercizio 10.** Quanti sono gli anagrammi di “resistere”?

$$\frac{9!}{2!2!3!} = 15120$$

Liceo Scientifico "L. Cremona"		Classe: _____
TEST DI MATEMATICA. Combinatoria.		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2015

*Rispondere in modo conciso ai seguenti quesiti nelle apposite caselle.<sup>2</sup>*

**Esercizio 1.** Quante parole di lunghezza 6 si possono scrivere avendo a disposizione un alfabeto di 26 lettere? (In questo contesto una parola di lunghezza 6 è una sequenza di esattamente sei lettere in cui NON sono ammesse lettere ripetute. Una parola può essere anche priva di significato).

**Esercizio 2.** Calcolare le permutazioni di un insieme con 5 elementi.

**Esercizio 3.** Quante sono le funzioni  $[5] \rightarrow [4]$  soddisfacenti la condizione  $f(2) = 2$ ?

**Esercizio 4.** Una scatola contiene 20 biglie distinte. Per 6 volte di seguito si estrae una biglia (senza reimmissione). Se conta anche l'ordine in cui le biglie vengono estratte, quanti sono

le possibile estrazioni?

**Esercizio 5.** A una maratona partecipano 20 atleti. Quanti sono i possibili podi?

<sup>2</sup>File tex: verifica\_06\_combinatoria\_2015.tex

**Esercizio 6.** Trovare il coefficiente di  $x^5$  in  $(2 - x)^7$ .

**Esercizio 7.** Quanti sono i numeri di otto cifre che si possono scrivere senza utilizzare lo zero?

Fra essi quanti sono quelli in cui compare la cifra 1?

Fra essi quanti sono quelli in cui non compare la cifra 1?

**Esercizio 8.** Dimostrare la seguente uguaglianza

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

**Esercizio 9.** Trovare, se esistono, le soluzioni della seguente equazione nell'insieme degli interi positivi

$$3\binom{n}{3} = 2\binom{n}{4}$$

**Esercizio 10.** Sia  $X = \{a, e, i, o, u\}$  e  $A = \{a, e, u\}$ . Disegnare il diagramma interno della *funzione caratteristica di A*

Liceo Scientifico "L. Cremona"		Classe: _____
TEST DI MATEMATICA. Combinatoria.		Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2015

*Rispondere in modo conciso ai seguenti quesiti nelle apposite caselle.*

### SOLUZIONI.

**Esercizio 1.** Quante parole di lunghezza 6 si possono scrivere avendo a disposizione un alfabeto di 26 lettere? (In questo contesto una parola di lunghezza 6 è una sequenza di esattamente sei lettere in cui NON sono ammesse lettere ripetute. Una parola può essere anche priva di significato).

$$26^6$$

**Esercizio 2.** Calcolare le permutazioni di un insieme con 5 elementi.

$$5^5 = 5!$$

**Esercizio 3.** Quante sono le funzioni  $[5] \rightarrow [4]$  soddisfacenti la condizione  $f(2) = 2$ ?

$$4^4$$

**Esercizio 4.** Una scatola contiene 20 biglie distinte. Per 6 volte di seguito si estrae una biglia (senza reimmissione). Se conta anche l'ordine in cui le biglie vengono estratte, quanti sono

le possibile estrazioni?

$$20^6$$

**Esercizio 5.** A una maratona partecipano 20 atleti. Quanti sono i possibili podi?

$$20^3$$

**Esercizio 6.** Trovare il coefficiente di  $x^5$  in  $(2 - x)^7$ .

$$-\binom{7}{5} \cdot 2^2 = -84$$

**Esercizio 7.** Quanti sono i numeri di otto cifre che si possono scrivere senza utilizzare lo zero?

$$9^8$$

Fra essi quanti sono quelli in cui compare la cifra 1?

$$9^8 - 8^8$$

Fra essi quanti sono quelli in cui non compare la cifra 1?

$$8^8$$

**Esercizio 8.** Dimostrare la seguente uguaglianza

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

**Esercizio 9.** Trovare, se esistono, le soluzioni della seguente equazione nell'insieme degli interi positivi

$$3 \binom{n}{3} = 2 \binom{n}{4}$$

$$n = 9$$

**Esercizio 10.** Sia  $X = \{a, e, i, o, u\}$  e  $A = \{a, e, u\}$ . Disegnare il diagramma interno della funzione caratteristica di  $A$

$$\{a, e, i, o, u\} \xrightarrow{\varphi} \{0, 1\}, \quad \varphi_A(a) = \varphi_A(e) = \varphi_A(u) = 1, \quad \varphi_A(i) = \varphi_A(o) = 0$$