Verifica di matematica. (Esponenziali e logaritmi. Seconda parte).

Docente: Mauro Saita. Classe 4 E. Ottobre 2017 [1]

Rispondere ai seguenti quesiti, per iscritto, sul foglio protocollo.

Quesito 1. Trovare, se esistono, gli zeri in $\mathbb{R}$ della funzione

$$(0,1) \cup (1,+\infty) \xrightarrow{f} \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln x - 2 - \frac{3}{\ln x}$$

Quesito 2. Trovare il dominio massimale $D \subseteq \mathbb{R}$ della funzione

$$D \xrightarrow{f} \mathbb{R}, \; f(x) = \ln \frac{x^2 + x - 6}{2 - x^2}$$

Quesito 3. Sono date le funzioni

$$D_1 \xrightarrow{f} \mathbb{R}, \qquad f(x) = \log_3(3 \cdot 2^{2x} - 2^x) - \log_3(2^x + 1)$$

$$D_2 \xrightarrow{g} \mathbb{R}, \qquad g(x) = x \log_3 2$$

dove D_1, D_2 indicano nell'ordine i domini massimali di f e g. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ risulta

$$f(x) \geq g(x)$$

Quesito 4. Utilizzando i grafici di due opportune funzioni, trovare le soluzioni in $\mathbb{R}$ della disequazione

$$\ln |x + 1| < -e^x - 2$$

Quesito 5. Una popolazione di batteri è composta inizialmente da 100 individui. Se la popolazione raddoppia ogni tre ore, il numero di batteri dopo t ore è

$$N(t) = 100 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$$

1. Spiegare come è stata ottenuta la funzione $N(t)$.
2. Trovare dopo quante ore la popolazione raggiunge quota 50000.

[1] Nome file: 'verifica_02_explog_4e_2017.tex'

Risposte

Quesito 1. $x = \dfrac{1}{e} \vee x = e^3$

Quesito 2. `Dominio massimale` $= (-3, -\sqrt{2}) \cup (+\sqrt{2}, 2)$

Quesito 3. $x > 0$

Quesito 4.

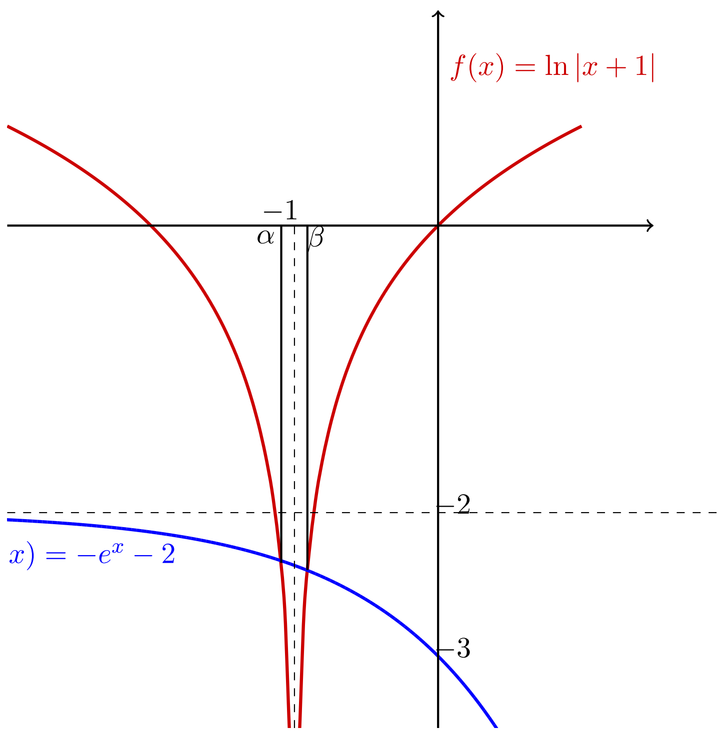

Figura 1: Grafici di $f(x) = \ln|x+1|$ e $g(x) = -e^x - 2$.

$\ln|x+1| < -e^x - 2$ per $\alpha < x < -1 \vee -1 < x < \beta$ $(-2 < \alpha < -1,\ -1 < \beta < 0)$.

Quesito 5.

1. Si tratta di un modello di crescita esponenziale del quale è noto il tempo di raddoppio e la popolazione iniziale. Se t è il tempo (espresso in ore) si ha $N(t) = 100\,2^{\alpha t}$. Da $N(t) = 2 \cdot N(t-3)$ si ottiene $2^{\alpha t} = 2 \cdot 2^{\alpha(t-3)}$, ossia $\alpha = \frac{1}{3}$.

2. Dall'equazione $100 \cdot 2^{\frac{t}{3}} = 50000$ si ottiene: $2^{\frac{t}{3}} = 500$, $\dfrac{t}{3} = \log_2 500$, $t = 3 \cdot \log_2 500 = 26,9$ (circa 27 ore).