

VERIFICA DI FISICA
Elettrostatica

| | |
|----------|-------|
| Cognome: | Nome: |
|----------|-------|

| Es. 1 (p.ti 1.5) | Es. 2 (p.ti 2.5) | Es. 3 (p.ti 1.5) | Es. 4 (p.ti 1.5) | Es. 5 (p.ti 3) | Totale |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|--------|
| | | | | | |

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.¹

Quesito 1 Un sfera S_1 di metallo ha carica Q . Una carica q viene rimossa da S_1 e spostata su un seconda sfera S_2 inizialmente neutra. Se le due sfere si trovano a una distanza di 1 m, quanto deve valere q affinché la forza che ciascuna sfera esercita sull'altra abbia valore massimo? Spiegare (esprimere q in funzione di Q).

Quesito 2 Un elettrone entra nella regione di spazio delimitata dalle due armature di un condensatore con velocità iniziale $v_0 = 10^6$ m/s (direzione e verso sono quelli indicati in figura).

Su ciascuna armatura del condensatore, di area $0,25$ m², è distribuita uniformemente la carica di $4,425 \cdot 10^{-9}$ C. Determinare

- l'intervallo di tempo Δt che l'elettrone impiega per percorrere uno spazio di 10 cm nella direzione dell'asse x ;
- la deviazione verticale subita dall'elettrone durante l'intervallo di tempo individuato nel punto precedente;
- quale curva descrive l'elettrone.

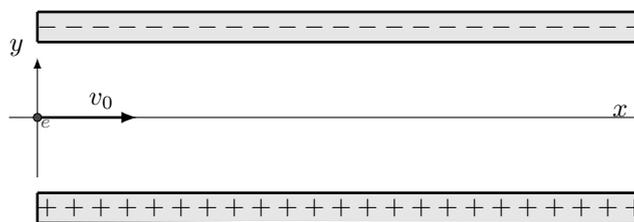


Figura 1: Un elettrone entra nella regione di spazio compresa tra le due armature di un condensatore, con velocità v_0 .

¹File tex: test01.elettrostatica.2021.tex

(Trascurare la forza gravitazionale).

Quesito 3 Quando due ioni identici sono separati da una distanza di $6,2 \cdot 10^{-10}$ m, la forza elettrostatica che ognuno esercita sull'altro è pari a $5,4 \cdot 10^{-9}$ N. Quanti elettroni sono stati persi da ogni ione?

Quesito 4 Due cariche $q_1 = 2 \cdot 10^{-12}$ C e $q_2 = 4 \cdot 10^{-12}$ C sono poste negli estremi A, B di un segmento di lunghezza 2 m. Trovare in quale punto interno al segmento il campo elettrico risulta nullo.

Quesito 5 Una sfera cava ha raggio $r = 3$ m e centro nell'origine degli assi cartesiani. Sulla sua superficie è distribuita uniformemente una certa quantità di carica di densità superficiale è pari a $\sigma = 3$ nC/m². Nel punto $A = (0, 2, 0)$ viene posta una carica $q = 250$ nC. Determinare l'intensità del campo elettrico nel punto

(a) $B = (2, 0, 0)$;

(b) $C = (4, 0, 0)$.

(Le coordinate dei punti A, B, C sono espresse in metri)

massa elettrone: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

intensità di carica elettrone (protone): $1,6 \cdot 10^{-19}$ C

$k = 8,99 \cdot 10^9$ N m²/C²

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/(Nm²)

Risposte.

Quesito 1

L'intensità della forza \mathbf{F} che ciascuna sfera esercita sull'altra è $F = k \frac{(Q-q)q}{1^2}$.

Posto $q = x$ ($0 \leq x \leq Q$) si ottiene:

$$F(x) = k(Qx - x^2)$$

Il grafico di $F(x)$ è una parabola (concava); essa assume valore massimo in corrispondenza dell'ascissa x_v del vertice. Si ha: $x_v = \frac{Q}{2}$.

Quesito 2

L'intensità del campo elettrico tra le armature del condensatore è

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A \epsilon_0} = \frac{4,425 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{0,25 \text{ m}^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)} = 2000 \text{ N/C}$$

- (a) La componente del moto dell'elettrone, nella direzione dell'asse x , è rettilineo uniforme perché forza agente sull'elettrone è verticale. Quindi,

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_0} = \frac{10^{-1} \text{ m}}{10^6 \text{ m/s}} = 10^{-7} \text{ s}$$

- (b) La componente del moto, nella direzione dell'asse y , è uniformemente accelerato

$$\begin{cases} y(t) &= -\frac{1}{2}at^2 \\ a &= \frac{Eq}{m} \end{cases}$$

Da $y(t) = -\frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2$, ponendo $t = 10^{-7} \text{ s}$, si ricava:

$$y = -\frac{1}{2} \frac{(2000 \text{ N/C})(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} (10^{-7} \text{ s})^2 = 1,75 \text{ m}$$

- (c) Le equazioni del moto dell'elettrone sono

$$\begin{cases} x &= v_0 t \\ y &= y(t) = -\frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2 \end{cases}$$

Ricavando t dalla prima equazione e sostituendo nella seconda si ottiene: $y = -\frac{1}{2} \frac{Eq}{mv_0^2} x^2$. Come è noto si tratta dell'equazione (cartesiana) di una parabola.

Quesito 3

L'intensità della forza agente su entrambi gli ioni è $F = k \frac{q^2}{r^2}$. Si ricava

$$q = \sqrt{\frac{F r^2}{k}} = \sqrt{\frac{(5,4 \cdot 10^{-9} \text{ N})(6,2 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2}{8,99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2}} = 4,81 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

dove q è la carica complessiva di ciascuno ione. Allora, il numero di elettroni persi è pari a

$$\frac{q}{e} = \frac{4,81 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3 \text{ elettroni}$$

Quesito 4

Il campo elettrico nel punto P , interno al segmento AB , è dato dalla somma algebrica dei campi elettrici E_1 e E_2 , generati nell'ordine da q_1 e q_2 . Posto $AP = x$ ($0 \leq x \leq 2$), si ottiene:

$$E_1 = k \frac{q_1}{x^2} \quad E_2 = k \frac{q_2}{(2-x)^2}$$

Il campo elettrico in P è nullo se e solo se $E_1 = E_2$, ossia, se e solo se:

$$\frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(2-x)^2}$$

Essendo $q_2 = 2q_1$ (si vedano i dati del problema), si ottiene: $\frac{1}{x^2} = \frac{2}{(2-x)^2}$, cioè

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

la cui soluzione è

$$x = AP = -2 + 2\sqrt{2} \sim 0,8 \text{ m}$$

(la soluzione negativa non è accettabile perché $0 \leq x \leq 2$).

Quesito 5

- (a) Il punto $B = (2, 0, 0)$ è interno allo strato sferico; quindi l'intensità del campo elettrico dovuto alla presenza della sfera carica è zero: $E_1 = 0$. In questo punto il campo elettrico è dovuto alla sola carica puntiforme posta in $A = (0, 2, 0)$. Dalla legge di Coulomb si ottiene:

$$E_2 = k \frac{q}{r_1^2} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \frac{250 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(\sqrt{2^2 + 2^2})^2} = 281 \text{ N/C}$$

Quindi,

$$E = E_1 + E_2 = 0 + E_2 = 281 \text{ N/C}$$

- (b) Il punto C è esterno alla sfera. Il contributo del campo elettrico in C dovuto allo strato sferico può essere calcolato con la legge di Coulomb supponendo che l'intera carica

$$Q = \sigma 4\pi r^2 = 3 \text{ nC/m}^2 4\pi (3 \text{ m})^2 = 339 \text{ nC}$$

distribuita sulla sfera, sia concentrata nel suo centro. Si ottiene

$$E_1 = E_{1x} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \frac{339 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(4 \text{ m})^2} = 190 \text{ N/C}$$

(direzione e verso di E_1 sono quelli dell'asse x).

Il contributo del campo elettrico dovuto alla presenza della carica q è

$$E_2 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \frac{250 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{\sqrt{(2 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2}} = 112 \text{ N/C}$$

Il vettore \mathbf{E}_2 forma con l'asse x , l'angolo α ; segue che: $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{20}}$, $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{20}}$. Le componenti di \mathbf{E}_2 lungo l'asse x e lungo l'asse y sono, nell'ordine,

$$E_{2x} = E_2 \cos \alpha = 112 \text{ N/C} \frac{4}{\sqrt{20}} = 100 \text{ N/C}$$

$$E_{2y} = E_2 \sin \alpha = 112 \text{ N/C} \left(-\frac{2}{\sqrt{20}} \right) = -50 \text{ N/C}$$

Quindi le componenti (lungo x e y) dell'intensità del campo elettrico in C sono:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = 190 \text{ N/C} + 100 \text{ N/C} = 290 \text{ N/C}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = 0 \text{ N/C} - 50 \text{ N/C} = -50 \text{ N/C}$$

Infine

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{290^2 + 50^2} \text{ N/C} = 294,3 \text{ N/C}$$