Potenziale elettrico

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, 10 aprile 2020.

Indice

1 Energia potenziale elettrica. Potenziale elettrico. **1**

1.1 Unità di misura 2

1.2 Potenziale elettrico generato da una carica puntiforme. 3

1.3 Potenziale elettrico generato da una suprficie sferica carica. 3

1.4 Potenziale elettrico per distribuzioni continue di cariche elettriche. Casi importanti. 3

1.5 Relazione tra campo elettrico (uniforme) e potenziale 3

1.6 Capacità di un conduttore. 5

1.7 Condensatori. 5

[1]

1 Energia potenziale elettrica. Potenziale elettrico.

Una carica di prova q_0 soggetta all'azione del campo di forze

$$\mathbf{F}_{el} = q_0\mathbf{E}$$

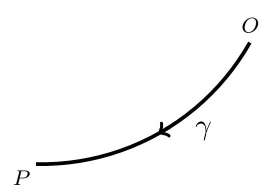

Figura 1

viene spostata dal punto iniziale O al punto finale P lungo un certo cammino orientato γ. Il lavoro compiuto dalla forza $\mathbf{F}_{el}$ dipende esclusivamente dal punto iniziale O e dal punto finale P (non dipende da γ) perchè la forza elettrostatica è conservativa. A essa è pertanto associata un'energia potenziale.

Definizione 1.1 (Variazione di energia potenziale elettrostatica)**.** *Si chiama* variazione di energia potenziale elettrostatica ΔU *l'opposto del lavoro compiuto da* $\boldsymbol{F}_{el} = q_0\boldsymbol{E}$ *per spostare la carica* q_0 *da* O *a* P *lungo un qualsiasi cammino orientato che connette i due punti, cioè*

$$\Delta U = U_P - U_O = -L_\gamma(\mathbf{F}_{el}) \tag{1.1}$$

La variazione di energia elettrostatica è direttamente proporzionale alla carica di prova q_0.

[1]Nome file: 'potenziale_elettrico.tex'

Definizione 1.2 (Differenza di potenziale elettrico). *La differenza di potenziale elettrico $\Delta V = V_P - V_O$ è l'opposto del lavoro riferito all'unità di carica compiuto dal campo elettrostatico $\boldsymbol{F}_{el}$ su una carica di prova q_0 (positiva) per spostarla dal punto O al punto P, cioè*

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{-L_\gamma(\mathbf{F}_{el})}{q_0} \tag{1.2}$$

Se il punto O è un punto di riferimento preventivamente fissato ed è noto il valore V_O la funzione

$$V_P = \frac{-L_\gamma(\mathbf{F}_{el})}{q_0} + V_O \tag{1.3}$$

si chiama *potenziale elettrico*. Di solito si assume il punto O all'infinito e $V_O = 0$. Con questa assunzione *il potenziale elettrico V nel punto P è l'opposto del lavoro riferito all'unità di carica compiuto dal campo elettrostatico $\boldsymbol{F}_{el}$ su una carica di prova q_0 (positiva) per spostarla dall'infinito al punto P.*

1.1 Unità di misura

L'energia potenziale elettrostatica è un lavoro e pertanto si misura in `Joule`.

Il potenziale elettrico $\left(\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}\right)$ si misura in `Volt` (simbolo V):

$$1\text{V} = \frac{1\,\texttt{Joule}}{1\,\texttt{Coulomb}} = \frac{1\,\text{J}}{1\,\text{C}}$$

Un'altra unità di misura dell'energia, utilizzata spesso in ambito atomico e subatomico, è l'`elettronvolt`: esso è la variazione di energia di un singolo elettrone che si muove nel vuoto tra due punti dello spazio tra i quali vi è la differenza di potenziale elettrostatico di 1 volt

$$1\text{eV} = (1,60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}\,) \cdot 1\ \text{V} = 1,60 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

1.2 Potenziale elettrico generato da una carica puntiforme.

Sia q una carica puntiforme che si trova (in quiete) in un certo punto dello spazio. Il potenziale elettrico in un punto P dello spazio che si trova a distanza r dalla carica elettrica è

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} + V_O$$

La dimostrazione richiede l'uso del calcolo integrale. Inoltre se, come è consuetudine, si assume che il potenziale valga zero a distanza infinita dalla carica puntiforme, cioè posto $V_O = 0$ in $r = \infty$, allora il potenziale in P assume la seguente forma

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

1.3 Potenziale elettrico generato da una suprficie sferica carica.

Sia Q la quantità di carica uniformemente distribuita su una superficie sferica di raggio R. Il potenziale elettrico nel punto P che si trova a distanza r dal centro della sfera è

$$V = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{Q}{R} & r \leq R \\[2ex] \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{Q}{r} & r > R \end{cases}$$

Si noti che all'interno della superficie sferica il potenziale è costante e vale $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{Q}{R}$ (non è zero sebbene il campo elettrico lo sia).

1.4 Potenziale elettrico per distribuzioni continue di cariche elettriche. Casi importanti.

1. Potenziale elettrico sull'asse di un anello carico.
2. Potenziale elettrico sull'asse di un disco uniformemente carico.
3. Potenziale elettrico in prossimità di una distribuzione lineare definita di carica.
4. Potenziale elettrico in prossimità di una distribuzione piana indefinita di carica.

[Da scrivere.]

1.5 Relazione tra campo elettrico (uniforme) e potenziale

Si supponga che in una certa regione di spazio sia presente un campo elettrico **E** uniforme.

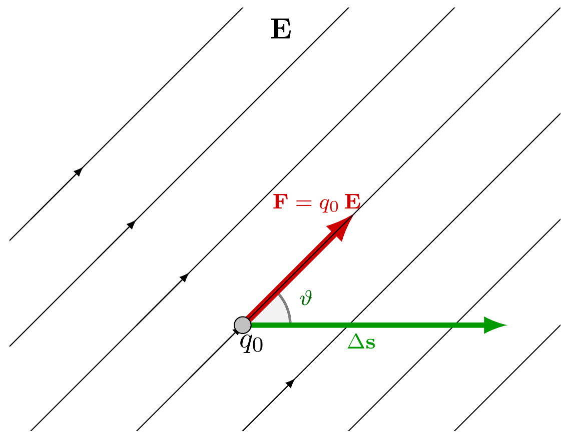

Figura 2: La carica di prova q_0 si sposta di un tratto $\Delta\mathbf{s}$ all'interno di un campo elettrico uniforme.

Se q_0 è la carica (positiva) di prova allora il lavoro compiuto dalla forza elettrica $\mathbf{F} = q_0\,\mathbf{E}$ per spostare la carica di prova di un tratto $\Delta\mathbf{s}$ è

$$L = q_0\,\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{s}$$

Quindi, la differenza di potenziale elettrico è

$$\Delta V = \frac{-L}{q_0} = \frac{-(q_0\,\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{s})}{q_0} = -\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{s}$$

1.6 Capacità di un conduttore.

La capacità elettrica di un conduttore misura la "capacità "del conduttore di accumulare carica elettrica per una data differenza di potenziale.

Se si carica un conduttore isolato e lontano da altri conduttori, si verifica sperimentalmente che il potenziale che esso assume è direttamente proporzionale alla carica conferitagli. Quindi il rapporto tra carica Q e potenziale V si mantiene costante e pertanto rappresenta una caratteristica intrinseca del conduttore (dipende solo dalla sua geometria e dimensione). Il rapporto

$$C = \frac{Q}{V} \tag{1.4}$$

si chiama *capacità del conduttore.*

Nel S.I. la capacità si misura in `farad` (simbolo F), dal nome del fisico sperimentale Michael Faraday.

$$1\text{F} = \frac{1\,\texttt{Coulomb}}{1\,\texttt{Volt}} = \frac{1\,\text{C}}{1\,\text{V}}$$

Un Farad è un'unità enorme (un conduttore sferico, per avere la capacità di 1F dovrebbe avere un raggio pari a circa 1500 raggi terrestri!). Per tale motivo è frequente utilizzare alcuni suoi sottomultipli, il nanofarad, $1\,\text{nF} = 10^{-9}\,\text{F}$ e il picofarad $1\,\text{pF} = 10^{-12}\,\text{F}$

Conoscere la capacità di un conduttore significa sapere quanta carica è accumulabile su di esso senza dover utilizzare un potenziale troppo elevato (cosa che comporta molti problemi pratici di isolamento). Per ottenere una capacità maggiore di quella di un conduttore, che generalmente è molto piccola, si utilizzano i *condensatori.*

1.7 Condensatori.

Un *condensatore* è un dispositivo utile per accumulare o immaganizzare carica elettrica ed energia elettrostatica. Un *condensatore piano* è formato da due armature metalliche piane e parallele, le armature sono supposte molto grandi in modo da poter trascurare gli "effetti di bordo" mentre la distanza tra le armature è molto piccola. Quando il condensatore viene *caricato*, per esempio collegando le due armature con i poli di una batteria, si ha un trasferimento di carica elettrica da un conduttore piano all'altro finchè la loro differenza di potenziale non eguaglia quella tra i poli della batteria. Una volta raggiunta questo stato la carica complessiva su un'armatura è uguale e opposta a quella distribuita sull'altra.

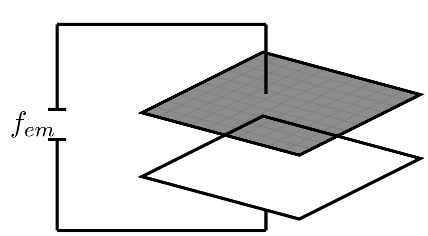

Figura 3: Condensatore.

Campo elettrico in un condensatore piano.

Sia A l'area di ciascuna delle due armature, d la distanza che le separa e ΔV la loro differenza di potenziale. Se inoltre $+Q$ e $-Q$ sono le cariche complessive uniformemente distribuite sulle due armature, la densità superficiale di carica su entrambe le armature è $\sigma = \frac{Q}{A}$.

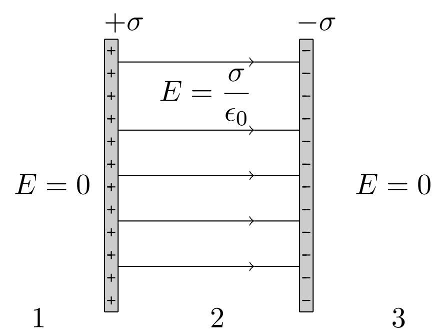

Figura 4: Campo elettrico in un condensatore piano.

Per determinare il campo elettrico del condensatore conviene considerare separatamente i valori dei campi elettrici generati dai due conduttori. Con riferimento alla figura (4) nelle regioni 1 e 3 il campo elettrico totale è nullo. Infatti le due armature danno luogo a campi elettrici aventi direzioni perpendicolari alle armature stesse ma verso opposto. Invece nella regione 2, si indichi con E_+ il campo generato dalla distribuzione $+\sigma$ e con E_- quello dovuto alla distribuzione $-\sigma$ si ha:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Capacità di un condensatore.

Sperimentalmente si verifica che il rapporto tra Q e la differenza di potenziale ΔV non dipende da nè da Q nè da ΔV, cioè il rapporto

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

è costante e definisce la *capacità del condensatore.*

Infine, indicata con $\sigma = \frac{Q}{A}$ la densità superficiale di carica sulle armature si ottiene:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} d}$$

cioè

$$C = \epsilon_0\,\frac{A}{d}$$

La capacità C è dunque una caratteristica intrinseca del condensatore che dipende solo dalla sua geometria.