Esercizi sulla diffrazione

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, dicembre 2014 [1].

1 Diffrazione da una singola fenditura

Esercizio 1.1 (Da Walker, Diffrazione, es n. 47, pag 526)**.**
Un fascio di luce verde ($\lambda = 546\,\mathrm{nm}$) *colpisce in direzione normale una singola fenditura. Determinare la larghezza* w *della fenditura sapendo che su uno schermo posto a* $1,60\,\mathrm{m}$ *si forma un massimo centrale largo* $2,50\,\mathrm{cm}$.

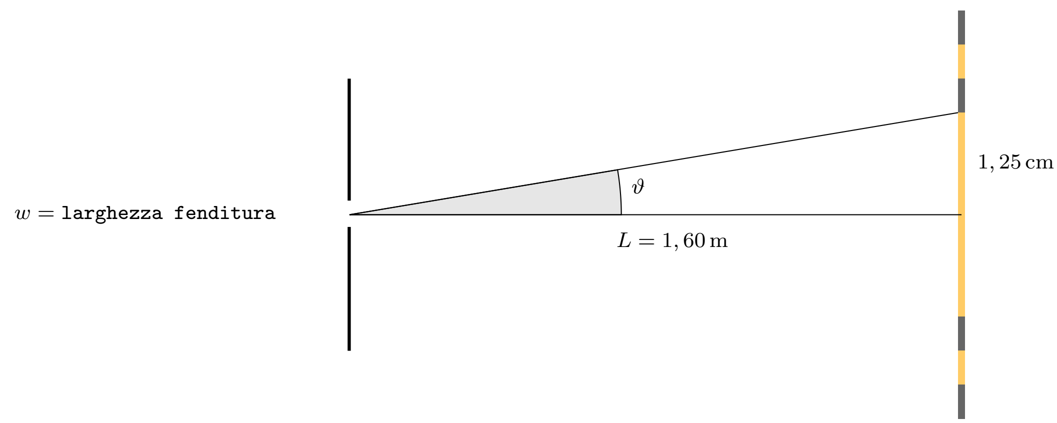

Figura 1:

Soluzione.

Sia P un punto situato sullo schermo e ϑ l'angolo individuato dalla normale condotta dalla fenditura allo schermo e la retta congiungente la fenditura con il punto P. Se la fenditura non è 'sottile ' l'intensità di luce osservabile su uno schermo lontano decresce al crescere dell'angolo ϑ; in altre parole l'intensità è massima per $\sin\vartheta = 0$ ($\vartheta = 0$) e decresce fino ad annullarsi quando

$$\sin\vartheta = \frac{\lambda}{w} \tag{1.1}$$

Per angoli molto piccoli $\sin\vartheta \sim \vartheta$, quindi

$$\vartheta = \frac{\lambda}{w} \tag{1.2}$$

La maggior parte dell'intensità luminosa è concentrata nella strscia centrale (*massimo centrale di diffrazione*), poi seguono strisce d'ombra alternate a strisce luminose. I punti di intensità nulla nella figura di diffrazione da una singola fenditura si ottengono dall'uguaglianza

[1] Nome del file tex: esercizi_diffrazione_2014.tex

$$w \sin\vartheta = m\lambda \qquad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \tag{1.3}$$

Per quanto riguarda il problema qui proposto si può procedere così

1. Con riferimento alla figura 1 si trova l'angolo ϑ

$$\tan\vartheta = \frac{1,25 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{1,60\,\mathrm{m}} = 7,8125 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \tag{1.4}$$

$$\vartheta = \arctan 7,8125 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 7,8123 \cdot 10^{-3} \tag{1.5}$$

dove ϑ è stato calcolato in radianti.

Si osservi che $\tan\vartheta \sim \vartheta$ in accordo col fatto che per angoli piccoli si può 'confondere' la tangente di un angolo con l'angolo stesso.

2. Si ricava la larghezza w della fenditura dall'uguaglianza (1.2)

$$w = \frac{\lambda}{\vartheta} = \frac{5,46 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}{7,8123 \cdot 10^{-3}} = 6,9890 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m} = 69,890\,\mu\mathrm{m} \tag{1.6}$$

Una variante del metodo esposto è questa

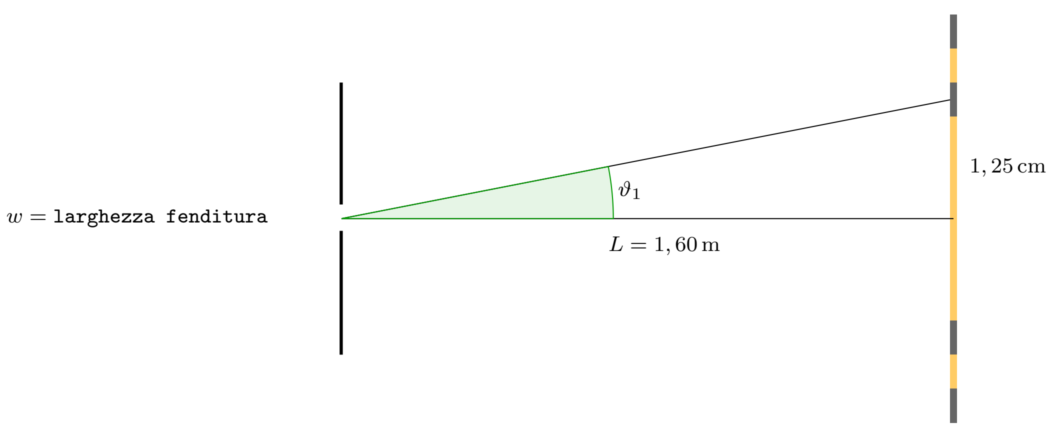

Figura 2:

1. Si trova l'angolo ϑ_1 corrispondente al primo punto di intensità nulla (in questo caso si assume $\vartheta_1 \sim \vartheta$). Con gli stessi calcoli del metodo precedente si ottiene

$$\tan\vartheta_1 = \frac{1,25 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{1,60\,\mathrm{m}} = 7,8125 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \tag{1.7}$$

$$\vartheta_1 = \arctan 7,8125 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 7,8123 \cdot 10^{-3} \text{ radianti} \tag{1.8}$$

2. Si ricava la larghezza w ponendo $m = 1$ nell'uguaglianza (1.3)

$$w = \frac{\lambda}{\sin\vartheta_1} = \frac{5,46 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}{\sin 7,8123 \cdot 10^{-3}} == 6,9890 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m} = 69,890\,\mu\mathrm{m} \tag{1.9}$$

Esercizio 1.2 (Da Walker, Diffrazione, es n. 48, pag 526)**.**

Un fascio di luce di lunghezza d'onda $\lambda = 676\,\mathrm{nm}$ attraversa una singola fenditura larga $w = 7,64\,\mu\mathrm{m}$. Lo schermo è posto a distanza $L = 1,85\,\mathrm{m}$ dalla fenditura. Determinare, sullo schermo, la distanza lineare tra frangia centrale luminosa e la prima frangia scura sopra di essa.

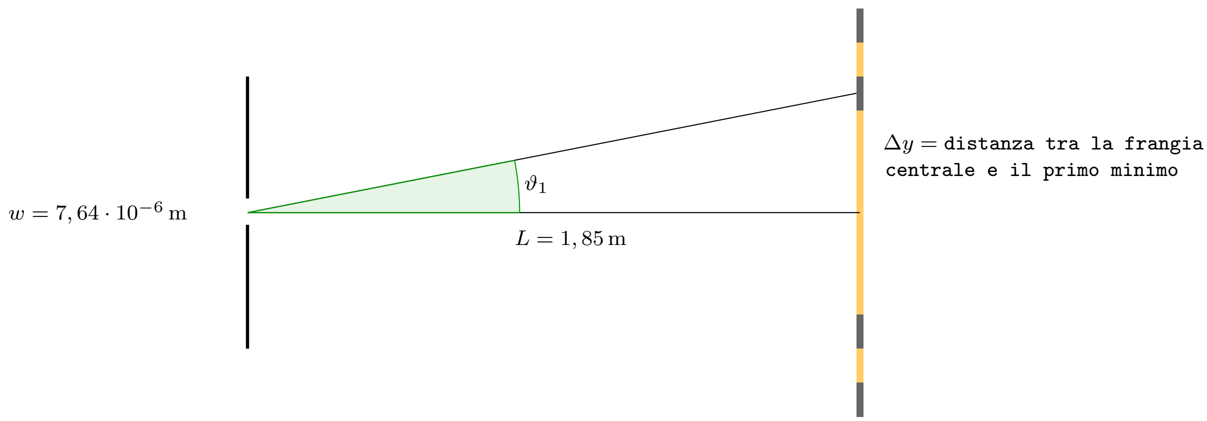

Figura 3:

Dall'uguaglianza (1.3), per $m = 1$, si ricava

$$\sin\vartheta_1 = \frac{\lambda}{w} = \frac{6,76 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}{7,64 \cdot 10^{-6}} = 0,0885\,\mathrm{radianti} \tag{1.10}$$

$$\vartheta_1 = \arcsin 0,0885 = 0,0886\,\mathrm{radianti} \tag{1.11}$$

Quindi la distanza cercata è

$$\Delta y = 1,85\,\mathrm{m} \tan 0,0886 = 0,1643\,\mathrm{m} = 16,43\,\mathrm{cm} \tag{1.12}$$

La risposta riportata dal libro di testo si riferisce alla distanza tra la frangia centrale e il primo massimo sopra di essa.

Un saluto a tutti,

Mauro S.