

*Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.*

*Tempo della prova: 60 minuti.*

**Esercizio 1.**

1. Determinare l'equazione del fascio  $\mathcal{F}$  di circonferenze, tangenti in  $P_0 = (1, 1)$  alla retta  $r$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

$$t \in \mathbb{R}.$$

2. Trovare, se esistono, i valori del parametro reale del fascio  $\mathcal{F}$  di circonferenze in corrispondenza dei quali si ottengono circonferenze tangenti all'asse  $y$ .

**Esercizio 2.**

1. Scrivere l'equazione cartesiana della circonferenza  $\mathcal{C}$  tangente all'asse  $x$  nel punto  $T = (2, 0)$  e avente centro sulla retta  $r$  di equazione  $x - y + 1 = 0$
2. Indicati con  $A$  e  $B$  i punti di intersezione di  $r$  e  $\mathcal{C}$ , determinare l'area del triangolo di vertici  $A, B, T$ .

**Esercizio 3.** Scrivere l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$  circoscritta al triangolo di vertici  $A = (1, 2)$ ,  $B = (-7, 6)$ ,  $C = (-1, 0)$ .

**Esercizio 4.**

Si consideri il fascio  $\mathcal{F}$  di equazione

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 + k(x^2 + y^2 - 1) = 0. \quad k \in \mathbb{R}$$

Determinare:

1. l'asse radicale.
2. eventuali punti base.
3. l'asse dei centri.

<sup>1</sup>File tex: verifica\_04.circonferenza.2016.tex

Scrivere, infine, l'equazione della circonferenza del fascio che è tangente alla retta  $r$  di equazioni cartesiane  $x + y + 3 = 0$

**Esercizio 5.** Trovare equazioni parametriche per la circonferenza di centro  $C = (2, 1)$  e raggio 3. (Suggerimento: utilizzare le funzioni goniometriche).

## Soluzioni

### Esercizio 1.

1. Una equazione del fascio richiesto è :  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + k(2x - y - 1) = 0$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Le due generatrici sono: la circonferenza di centro  $(1, 1)$  e raggio nullo; l'asse radicale.
2. Rispetto all'equazione del fascio trovato al punto precedente, i valori del parametro sono:  $k = -4 \pm 2\sqrt{5}$ .

### Esercizio 2.

1. Equazione della circonferenza:  $\mathcal{C}: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ .
2. L'area del triangolo di vertici  $A, B, T$  misura  $\frac{9}{2}\sqrt{2}$ .

**Esercizio 3.** Equazione della circonferenza  $\mathcal{C}: x^2 + y^2 + 6x - 8y + 5 = 0$ .

### Esercizio 4.

1. Un'equazione cartesiana dell'asse radicale è :  $x + y - 1 = 0$
2. I punti base del fascio sono  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ .
3. Un'equazione dell'asse dei centri è :  $x - y = 0$

Una equazione cartesiana della circonferenza richiesta si trova sostituendo il valore

$$k = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

nell'equazione del fascio.

**Esercizio 5.** Equazioni parametriche della circonferenza di centro  $(0,0)$  e raggio 3 sono:

$$\begin{cases} x &= 3 \cos t \\ y &= 3 \sin t \end{cases}$$

Per trovare le equazioni richieste basta effettuare una traslazione di vettore  $(2, 1)$ . Si ottiene:

$$\begin{cases} x &= 2 + 3 \cos t \\ y &= 1 + 3 \sin t \end{cases}$$