Liceo Scientifico "L. Cremona" - Milano. TEST DI FISICA. Dinamica dei corpi estesi.		Classe: _______ Docente: M. Saita
Cognome:	Nome:	Maggio 2014

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo.[1]

Esercizio 1. Una sfera e un cilindro costituiti di materiale omogeneo si trovano alla sommità di un piano inclinato all'altezza $h = 1,60$ m da terra. Essi partono da fermi e rotolano senza strisciare.

1. Qual è la velocità della sfera quando giunge in fondo al piano?
2. Qual è la velocità del cilindro quando giunge in fondo al piano?

Esercizio 2. Un cilindro di massa $m = 4,00$ kg e raggio $r = 12,0$ cm è libero di ruotare attorno al suo asse. Su di esso è avvolta una corda che viene tirata con una forza $F = 1,80$ N. Supponendo che il cilindro sia inizialmente fermo, calcolare

1. l'accelerazione angolare del cilindro;
2. la velocità angolare del cilindro dopo 4 s.

Esercizio 3. Un pattinatore su ghiaccio sta ruotando con velocità angolare $\omega = 1\,\text{giro/s}$, tenendo le sue braccia tese e parallele al terreno. La sua massa è $m = 70\,\text{kg}$ e il suo momento d'inerzia è $I = 4,5\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Dopo un certo intervallo di tempo il pattinatore avvicina le braccia al petto.

1. Qual è la velocità angolare del pattinatore? (il pattinatore, quando avvicina le braccia al petto, è assimilabile a un cilindro con raggio di 25 cm).
2. Qual è l'energia cinetica del pattinatore prima e dopo aver avvicinato le braccia al petto?
3. Durante tutto il moto rotatorio del pattinatore si è conservata l'energia meccanica? Motivare la risposta.

Esercizio 4. Un disco posto sul pavimento è libero di ruotare attorno al suo centro; il raggio del disco è $1,0$ m e il suo momento d'inerzia è $I_1 = 300$ kg $\cdot$ m^2. Sul bordo del disco viene appoggiato un oggetto di massa $m = 10$ kg.

Per quanto tempo bisogna applicare al disco una forza tangenziale di 10 N affinchè acquisti velocità angolare $\omega = 1,0$rad/s? (Il disco parte da fermo)

[1] File tex: verifica05-dinamica-rotazionale-2014-3g.tex

Soluzioni.

Esercizio 1. Le forze agenti sulla sfera sono: la forza peso $\mathbf{F}_P$, la reazione vincolare $\mathbf{N}$ del piano inclinato e la forza di attrito statico $\mathbf{F}_s$.

La forza di attrito (che impedisce alla sfera di strisciare) e la reazione vincolare non compiono lavoro; quindi, in ogni istante del moto, l'energia meccanica si mantiene costante perché l'unica forza che compie lavoro è la forza peso $\mathbf{F}_P$ che è conservativa.

Nell'istante iniziale l'energia meccanica E_i della sfera è tutta potenziale

$$E_i = mgh$$

Nell'istante finale (quando la sfera raggiunge il piano di terra) la sfera ruota con velocità ω attorno a un asse passante per il suo centro e il suo centro di massa trasla con velocità di modulo v; $\omega = \frac{v}{r}$ dove r è il raggio della sfera.

L'energia meccanica E_f della sfera è

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\,v^2\left(m + \frac{I}{r^2}\right)$$

Essendo il momento della sfera pari a $I = \frac{2}{5}mr^2$, si ricava

$$E_f = \frac{1}{2}m\,v^2\left(1 + \frac{2}{5}\right)$$

Infine, utilizzando il principio di conservazione dell'energia meccanica si ottiene

$$E_i = E_f$$

ossia

$$mgh = \frac{1}{2}m\,v^2\left(1 + \frac{2}{5}\right)$$

La velocità con cui la sfera raggiunge il piano di terra si ottiene esplicitando rispetto a v l'ultima uguaglianza

$$v = 4,74\,\mathrm{m/s}$$

Per il cilindro, con ragionamenti analoghi, si ottiene $v = 4,57\,\mathrm{m/s}$

Esercizio 2.

1. Il momento d'inerzia del cilindro (libero di ruotare attorno al proprio asse) è

   $$I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(4,00\,\mathrm{kg})(0,120\,\mathrm{m})^2 = 0,0288\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$$

   La corda si svolge mantenendosi tangente al cilindro (perpendicolare al raggio); il momento della forza è

   $$M = F\,r = (1,80\ \mathrm{N})(0,120\ \mathrm{m}) = 0,216\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$$

   Il momento della forza produce un'accelerazione costante

   $$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{0,216\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{0,0288\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2} = 7,5\ \mathrm{rad/s}^2$$

2. La velocità angolare è

$$\omega = \alpha\, t = (7,5 \text{ rad/s}^2)(4,0 \text{ s}) = 30 \text{ rad/s}$$

Esercizio 3.

1. Il momento d'inerzia del pattinatore dopo che ha avvicinato le braccia al petto è

$$I_f = \frac{1}{2} m\, r^2 = \frac{1}{2}\,(70\,\text{kg})(0,25\,\text{m})^2 = 2,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

   I momenti torcenti esterni che agiscono sul pattinatore sono nulli; quindi il momento angolare si conserva: $L_i = L_f$ ossia

$$I_i\, \omega_i = I_f\, \omega_f$$

   La velocità angolare finale è

$$\omega_f = \frac{I_i}{I_f}\,\omega_i = \frac{4,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{2,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}(6,3 \text{ rad/s}) = 13 \text{ rad/s}$$

2. Le due energia cinetiche sono

$$K_i = \frac{1}{2} I_i\, \omega_i^2 = 90 \text{ J}$$

$$K_f = \frac{1}{2} I_i\, \omega_f^2 = 190 \text{ J}$$

3. Durante la rotazione l'energia potenziale si mantiene costante mentre l'energia cinetica varia. Segue che l'energia meccanica non si è conservata. L'aumento di energia cinetica è dovuto al lavoro compiuto della forza muscolare per avvicinare le braccia al petto.

Esercizio 4.

$t \approx 31$ s.