

Fisica. Esercizi

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria, febbraio 2013.

Indice

1	Principi di conservazione.	1
1.1	Il pendolo di Newton.	1
1.2	Prove balistiche	3
1.3	Principio di conservazione dell'energia	4
2	Esercizi	5

1 Principi di conservazione.

1.1 Il pendolo di Newton.

Il pendolo di Newton¹ è un dispositivo formato da cinque sfere di acciaio tutte uguali, perfettamente allineate e sospese mediante fili. Un certo numero di sfere vengono sollevate e poi lasciate cadere; dopo qualche istante esse urtano le sfere disposte lungo la verticale. Quel che si osserva (in rete è possibile trovare animazioni ben fatte che descrivono accuratamente il fenomeno) è che il numero di sfere che si muovono prima e dopo l'urto è lo stesso, e medesima è anche la loro velocità. L'obiettivo del prossimo esercizio è quello di dedurre la configurazione del pendolo dopo l'urto utilizzando esclusivamente il principio di conservazione della quantità di moto e il principio di conservazione dell'energia cinetica.

Esercizio 1.1. *In un pendolo di Newton, costituito da cinque sfere uguali di massa m , vengono sollevate n sfere, con $1 \leq n \leq 4$, mentre le rimanenti restano in quiete lungo la verticale. Nell'ipotesi che l'urto sia perfettamente elastico, si dica quante sfere si muovono dopo l'urto e con quale velocità.*

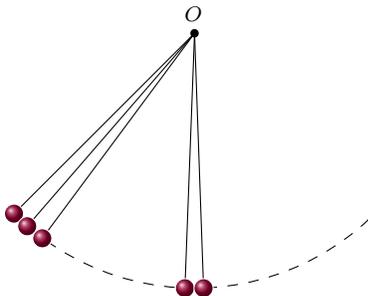


Figura 1: Il pendolo di Newton.

⁰Nome file: esercizi-conservazione-2013.tex

¹In inglese, Newton's cradle

Durante l'urto la quantità di moto si conserva, pertanto

$$nmv = MV \quad (1.1)$$

dove:

- nm = massa totale delle sfere in moto subito *prima* dell'urto;
- v = velocità delle sfere in moto subito *prima* dell'urto;
- M = massa totale delle sfere in moto *dopo* l'urto;
- V = velocità delle sfere in moto *dopo* l'urto.

Inoltre, nell'ipotesi che l'urto sia perfettamente elastico, si conserva anche l'energia cinetica

$$\frac{1}{2}nmv^2 = \frac{1}{2}MV^2 \quad (1.2)$$

Dall'uguaglianza (1.1) si ottiene $m = \frac{MV}{nv}$ e sostituendo in (1.2) si ricava

$$\frac{1}{2}n\frac{MV}{nv}v^2 = \frac{1}{2}MV^2 \quad (1.3)$$

$$v = V \quad (1.4)$$

Pertanto la velocità delle sfere, prima e dopo l'urto, è la stessa.

Inoltre, posto $v = V$ in (1.1) si ottiene:

$$M = nm \quad (1.5)$$

La massa totale delle sfere in movimento prima e dopo l'urto è la stessa. In altre parole, se le sfere in moto prima dell'urto sono n allora quelle in moto dopo l'urto sono ancora n .

Il pendolo ideale.

Nella soluzione proposta si sono fatte alcune importanti ipotesi (semplificazioni), che è opportuno dichiarare esplicitamente

1. Le n sfere sono state considerate *masse puntiformi* (l'ipotesi è ragionevole se le sfere hanno raggio molto piccolo).
2. Si sono ignorate le "onde di compressione" che si generano durante l'urto tra due sfere d'acciaio; ciò ha permesso di considerare l'urto perfettamente elastico.

Per ulteriori approfondimenti si veda il sito:

http://www.school-for-champions.com/science/newtons_cradle_derivation.htm

1.2 Prove balistiche

Esercizio 1.2. *Un proiettile di massa m rimane conficcato in un blocco di massa M attaccato a una molla di costante elastica k . Se la velocità iniziale del proiettile è v_0 , determinare:*

- (a) *la massima compressione della molla;*
- (b) *il tempo occorrente affinché il sistema proiettile - blocco si fermi.*

(Si trascuri ogni forma di attrito).

Soluzione.

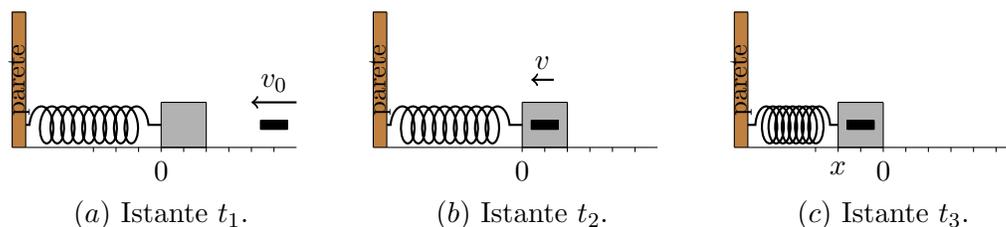


Figura 2: (a) Istante t_1 (prima dell'urto) il proiettile, rettangolo nero, si muove con velocità v_0 e la molla è a riposo. (b) Istante t_2 (immediatamente dopo l'urto): il proiettile è penetrato nel blocco, il sistema proiettile + blocco possiede velocità v e la molla è ancora a riposo. (c) Istante t_3 (istante di massima compressione della molla) il sistema proiettile + blocco ha velocità nulla.

- (a) 1) Si consideri il moto del proiettile dall'istante t_1 (prima dell'urto) all'istante t_2 (subito dopo l'urto). Per il principio di conservazione della quantità di moto si ha

$$mv_0 = (m + M)v$$

Quindi la velocità subito dopo l'urto è

$$v = \frac{m}{m + M}v_0 \quad (1.6)$$

Si noti che, essendo $0 < \frac{m}{m + M} < 1$, la velocità v del sistema proiettile+blocco all'istante t_2 risulta minore di v_0 (come è giusto che sia).

- 2) Si consideri ora il moto del sistema proiettile + blocco dall'istante t_2 (subito dopo l'urto) all'istante t_3 (istante di massima compressione della molla). Vale il principio di conservazione dell'energia meccanica (perchè?)

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (1.7)$$

Nel caso in esame si ottiene

$$\frac{1}{2}(m + M)v^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad (1.8)$$

dove x indica la massima compressione della molla. Ora, sostituendo in (1.8) il valore della velocità v trovato in (1.6) si ricava:

$$x = \frac{mv_0}{\sqrt{k(m+M)}} \quad (1.9)$$

(b) Dall'istante t_2 in poi il sistema blocco+proiettile si muove di moto armonico. Il suo periodo è

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

Inoltre, per passare dalla configurazione dell'istante t_2 a quella dell'istante t_3 il sistema blocco+proiettile impiega esattamente un quarto del periodo di oscillazione, pertanto

$$t = \frac{1}{4}T = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

1.3 Principio di conservazione dell'energia

Esercizio 1.3 (Walker, Dalla meccanica alla fisica moderna, vol.1, Es. n.57 pag 201). *Un pattinatore di 81,0 Kg spingendo contro il suolo con i pattini compie un lavoro non conservativo di +3420 J. Inoltre l'attrito compie un lavoro di -715 J sul pattinatore. La velocità iniziale e finale del pattinatore sono, rispettivamente, 2,50 m/s 1,22 m/s.*

1. *il pattinatore ha percorso una strada in salita, in discesa o è rimasto allo stesso livello?*
2. *Calcola l'eventuale dislivello coperto dal pattinatore.*

Soluzione.

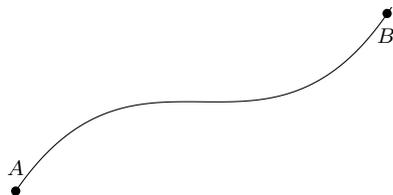


Figura 3: Il pattinatore si muove lungo un cammino (imprecisato) che parte da A e arriva in B .

Sul pattinatore \mathcal{S} agisce la forza peso \mathbf{F}_c che è conservativa, la forza di attrito \mathbf{F}_a e altre forze non conservative \mathbf{F}_{nc} , diverse da quella di attrito. La risultante \mathbf{F} delle forze esterne agenti sul pattinatore \mathcal{S} è

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_{nc} \quad (1.10)$$

mentre il lavoro complessivo L compiuto da \mathbf{F} per spostarsi da A a B è

$$L = L_c + L_a + L_{nc} \quad (1.11)$$

dove L_c indica il lavoro compiuto dalla forza peso, L_a il lavoro della forza di attrito e L_{nc} il lavoro complessivo delle altre forze non conservative. Dal teorema dell'energia cinetica ($L = \Delta K$), si ricava

$$\Delta K = L_c + L_a + L_{nc} \quad (1.12)$$

Inoltre, a ogni forza conservativa F_c è associata una variazione di energia potenziale ΔU

$$L_c = -\Delta U \quad (1.13)$$

Pertanto, dall'uguaglianza (1.12) si ottiene

$$\Delta K + \Delta U = L_a + L_{nc} \quad (1.14)$$

quest'ultima uguaglianza esprime il *principio di conservazione dell'energia*.

Nel caso dell'esercizio proposto si ha:

$$\begin{aligned} L_{nc} &= 3420 \text{ J} \\ L_a &= -715 \text{ J} \\ \Delta K &= \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = -192,84 \text{ J} \\ \Delta U &= mg(h_f - h_i) = 793,8(h_f - h_i) \end{aligned}$$

dove h_i e h_f indicano le altezze, rispettivamente del punto di partenza A e del punto di arrivo B . Sostituendo i valori trovati in (1.14) si ottiene

$$-192,84 + 793,8(h_f - h_i) = -715 + 3420$$

da cui si ricava:

$$h_f - h_i = \frac{2897,84}{793,8} = 3,65 \text{ m}$$

2 Esercizi

Esercizio 2.1. *Una persona spinge una cassa del peso di 80 N per una distanza di 5,0 m su per un piano, senza attrito, inclinato di 30° rispetto alla superficie orizzontale. Egli esercita la forza parallelamente al piano inclinato. Se la velocità della cassa rimane costante, il lavoro fatto dall'uomo è :*

- A -200 J.
- B 61 J.
- C 140 J.
- D 200 J.
- E 260 J.

Esercizio 2.2. Una molla ideale pende verticalmente da un soffitto. Quando un corpo di massa 2,0 Kg viene agganciato alla molla, questa si allunga di 6,0 cm . Viene successivamente applicata alla massa una forza diretta verso l'alto per comprimere la molla, che risulta più corta di 10 cm rispetto alla posizione di equilibrio. Quando la molla viene compressa, il lavoro fatto dalla molla è:

- A -1,0 J.
- B -0,52 J.
- C -0,26 J.
- D 0,52 J.
- E 1,0 J.

Esercizio 2.3. All'istante $t = 0$ un punto materiale di massa 2 Kg ha la velocità in m/s di $4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$. All'istante $t = 3$ s la sua velocità in m/s è $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$. Durante questo intervallo di tempo, il lavoro svolto sul corpo è stato:

- A 4 J.
- B -4 J.
- C -12 J.
- D -40 J.
- E $(4\mathbf{i} + 36\mathbf{j})$ J.

Esercizio 2.4. Un oggetto è vincolato da una corda a muoversi lungo una traiettoria circolare di raggio 0,5 m su una superficie orizzontale priva di attrito. La corda pu rompersi se la tensione a cui è sottoposta supera 16 N. La massima energia cinetica dell'oggetto può essere:

- A 4 J.
- B 8 J.
- C 16 J.
- D 32 J.
- E 64 J.

Esercizio 2.5 (Vero o Falso?).

- 1) V F Il lavoro compiuto da una forza costante \mathbf{F} per spostare un oggetto lungo una retta orizzontale è

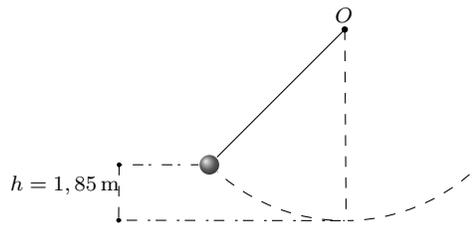
$$L = F d \sin \theta$$

dove θ è l'angolo formato da \mathbf{F} e dalla retta orizzontale mentre d è la lunghezza del tratto percorso.

- 2) V F Se una particella descrive una circonferenza con velocità in modulo costante allora il lavoro compiuto dalla forza centripeta è positivo.

- 3) V F Se una particella descrive una circonferenza con velocità variabile (in direzione e intensità) allora il lavoro compiuto dalla forza centripeta è zero.
- 4) V F L'equazione dimensionale dell'energia è $\frac{M^2 L^3}{T}$.
- 5) V F Un watt corrisponde a $\text{Kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

Esercizio 2.6. Un pendolo semplice è formato da un oggetto di massa 2 kg appeso a un filo. Viene lasciato cadere, partendo da fermo, dalla posizione indicata in figura.



La sua velocità nel punto più basso è :

- A 0,90 m/s.
- B $\sqrt{3,6}$ m/s.
- C 3,6 m/s.
- D 6,0 m/s.
- E 36 m/s.

Esercizio 2.7. Un blocco di massa 0,50 kg è agganciata a una molla ideale di costante elastica 80 N/m oscilla su una superficie ideale priva di attrito. Quando la molla risulta più corta di 4,0 cm rispetto alla sua lunghezza in equilibrio, la velocità del blocco è 0,50 m/s. La massima velocità che il blocco può raggiungere è

- A 0,23 m/s.
- B 0,32 m/s.
- C 0,55 m/s.
- D 0,78 m/s.
- E 0,93 m/s.

Esercizio 2.8 (Vero o Falso?).

- 1) V F Il lavoro compiuto da una forza conservativa per spostare una particella lungo un percorso chiuso è zero.
- 2) V F Il lavoro compiuto da una forza conservativa per spostare una particella dal punto A al punto B è sempre uguale alla variazione della sua energia cinetica.

- 3) V F Una forza non conservativa non può compiere alcun lavoro.
- 4) V F Una forza non conservativa viola la seconda legge di Newton.
- 5) V F Il lavoro compiuto da una forza conservativa per spostare una particella dal punto A al punto B dipende dal cammino effettivamente percorso.

Esercizio 2.9. Un proiettile (per il quale l'alzo è diverso da $\frac{\pi}{2}$) descrive un'orbita parabolica. Il lavoro fatto dalla gravità durante la discesa del proiettile:

- A è positivo.
- B è negativo.
- C è zero.
- D dipende dall'orientamento dell'asse y .
- E dipende dall'orientamento dell'asse x e da quello dell'asse y .

Esercizio 2.10. L'espressione dell'energia potenziale, per una particella di massa $0,20 \text{ Kg}$, in moto lungo l'asse x , è

$$U(x) = 8x^2 - 2x^4$$

(U è misurato in Joule, x in metri). Quando la particella si trova nel punto $x = 1,0 \text{ m}$ la sua accelerazione è

- A 0 m/s^2 .
- B 8 m/s^2 .
- C -8 m/s^2 .
- D 40 m/s^2 .
- E -40 m/s^2 .

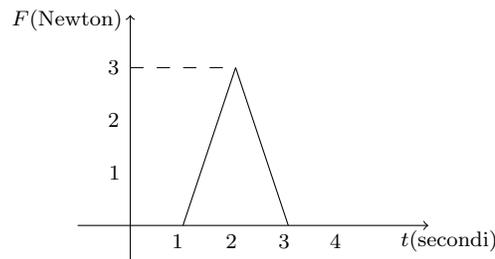
Esercizio 2.11 (Vero o Falso?).

- 1) V F In un urto elastico si conserva l'energia cinetica ma non la quantità di moto.
- 2) V F Il centro di massa del sistema costituito dalla Terra, dal Sole e da Marte è più vicino alla Terra che agli altri corpi.
- 3) V F In un urto completamente anelastico l'energia cinetica non si conserva.
- 4) V F In un pendolo di Newton il numero di sfere in moto prima dell'urto è uguale al numero di sfere in moto dopo l'urto.
- 5) V F La quantità di moto si può misurare in $\text{Newton} \times \text{secondo}$.

Esercizio 2.12. Un fucile di massa M è inizialmente fermo, ma libero di rinculare. Viene sparato un proiettile di massa m e velocità (rispetto al terreno) pari a v . Dopo lo sparo, la velocità del fucile rispetto al suolo è:

- A $-mv$.
- B $-Mv/m$.
- C $-mv/M$.
- D $-v$.
- E mv/M .

Esercizio 2.13. Un oggetto di massa 2 kg si muove nella direzione positiva dell'asse x . Su di esso agisce la forza F anch'essa diretta come l'asse x ; il grafico di F in funzione del tempo è quello mostrato in figura



Nell'intervallo di tempo in cui la forza è applicata, la variazione di velocità dell'oggetto è

- A 6 m/s .
- B $2,0\text{ m/s}$.
- C $-1,5\text{ m/s}$.
- D $1,5\text{ m/s}$.
- E $-2,0\text{ m/s}$.

Esercizio 2.14. Un carrello di massa m si muove, senza attriti, lungo una rotaia orizzontale con velocità v . Esso urta un carrello fermo di massa $2m$. Se dopo l'urto i due carrelli rimangono uniti insieme il modulo dell'impulso esercitato da un carrello sull'altro vale:

- A 0 .
- B $\frac{2}{3}mv$.
- C mv .
- D $\frac{3}{2}mv$.
- E $3mv$.

Esercizio 2.15. *Un proiettile di massa 3 g è sparato orizzontalmente in un blocco di legno, di massa 10 kg, appeso al soffitto con una fune. Il blocco oscilla descrivendo un arco di circonferenza e sale di 3 mm rispetto alla sua posizione più bassa. L'energia cinetica del blocco nel punto più basso della sua oscillazione è circa:*

- A* 0 J.
- B* 0,00029 J.
- C* 0,29 J.
- D* 29 J.
- E* non si può determinare perchè occorre conoscere la quantità di calore sviluppata nell'urto.