

Liceo Scientifico “L. Cremona”						Classe: _____	
VERIFICA DI MATEMATICA. Algebra e geometria.						Docente: M. Saita	
Cognome:			Nome:			6 ottobre 2012	
Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7	Totale

Rispondere per iscritto ai seguenti quesiti sul foglio protocollo¹

Geometria

Esercizio 1. Sia $\pi \xrightarrow{F} \pi$ un'isometria del piano in sè.

1. $\pi \xrightarrow{F} \pi$ è invertibile? In caso affermativo spiegare in modo dettagliato che cosa significa.
2. Dimostrare che l'isometria inversa di $\pi \xrightarrow{F} \pi$ è unica.
3. Se $\pi \xrightarrow{T_V} \pi$ è la traslazione di vettore V , qual è la sua inversa?

Esercizio 2. Siano $\pi \xrightarrow{F} \pi$ e $\pi \xrightarrow{G} \pi$ due isometrie. Dimostrare che $(G \circ F)^{-1} = F^{-1} \circ G^{-1}$.

Algebra

Esercizio 3. Discutere al variare di k in \mathbb{Q} la seguente equazione di primo grado

$$3kx - 2(x + k) = (k + 1)(x - 1)$$

Esercizio 4. Uno studente ha avuto la media di 6,5 nei primi quattro compiti. Quale voto deve prendere nel quinto compito per ottenere la media del 7?

Esercizio 5. Scomporre in fattori irriducibili il polinomio

$$p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

Esercizio 6. Trovare, se esistono, nel campo \mathbb{Q} dei numeri razionali le soluzioni della seguente equazione

$$\frac{x+1}{3(x-1)} - \frac{1+2x}{x+1} = \frac{3x-5x^2+6}{3x^2-3}$$

Esercizio 7. Sia $ABCD$ un quadrato di lato 12. Indicato con M il punto medio di AD , trovare la posizione del punto P su AB in modo tale che l'area del triangolo DMP sia $\frac{1}{6}$ dell'area del trapezio $PBCD$.

¹File tex: verifica-01-isometrie-2E-2012.tex

Soluzioni.

Esercizio 1.

1. Un'isometria è invertibile perchè è una trasformazione biunivoca del piano in sè. Quindi, bisogna scrivere la definizione di funzione invertibile (vedere gli appunti in rete).
2. La dimostrazione si trova negli appunti in rete.
3. L'inversa di T_V è la traslazione di vettore $-V$, cioè T_{-V} .

Esercizio 2. Vedere la dimostrazioni negli appunti in rete.

Esercizio 3. Se $k \neq \frac{3}{2}$ l'equazione è determinata e l'unica soluzione è $x = \frac{k-1}{2k-3}$; se $k = \frac{3}{2}$ l'equazione non ha soluzioni.

Esercizio 4. 7.

Esercizio 5. $p(x) = (x+1)(x-2)(x-3)$.

Esercizio 6. $S = \emptyset$.

Esercizio 7. P è il punto medio di AB .