Note di geometria

Mauro Saita

e-mail: maurosaita@tiscalinet.it

Versione provvisoria. Novembre 2012.[1]

Indice

1 Teorema di Pitagora. **1**

1.1 Dimostrazione di Euclide. (Elementi, Libro I - Proposizione 47) 2

1.2 Dimostrazione cinese. Chou-pei Suan-ching, 250 A.C. 3

1.3 Dimostrazione indiana. Bhāskara (1114 D.C., ?) 3

1 Teorema di Pitagora.

Teorema 1.1. *In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti, cioè*

$$c^2 = a^2 + b^2$$

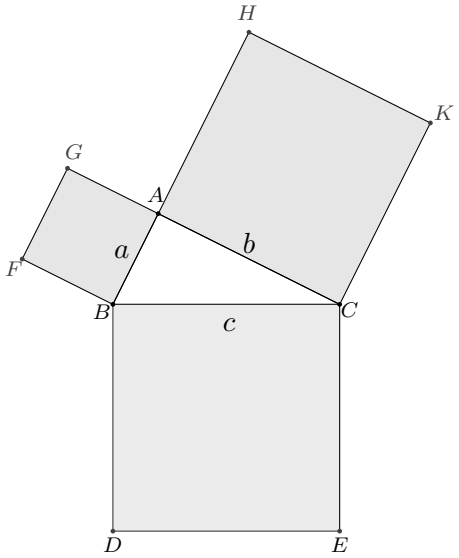

Figura 1: Teorema di Pitagora.

[1]Nome File: Teorema-di-Pitagora-2012.tex

1.1 Dimostrazione di Euclide. (Elementi, Libro I - Proposizione 47)

`Elementi, Libro I - Proposizione 47`
Nei triangoli rettangoli il quadrato sul lato che sottende l'angolo retto è uguale ai quadrati sui lati che comprendono l'angolo retto.

La dimostrazione di Euclide è schematizzata nelle seguenti tre figure.

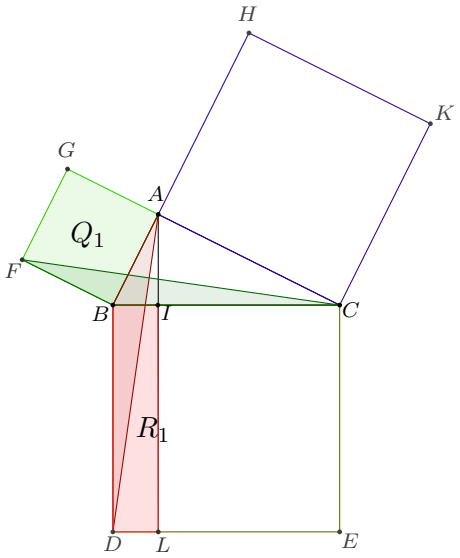

Figura 2: I triangoli ABD e FBC sono congruenti. Il quadrato Q_1 è equivalente al doppio del triangolo FBC e il rettangolo R_1 è equivalente al doppio del triangolo ABD. Ne segue che R_1 è equivalente a Q_1.

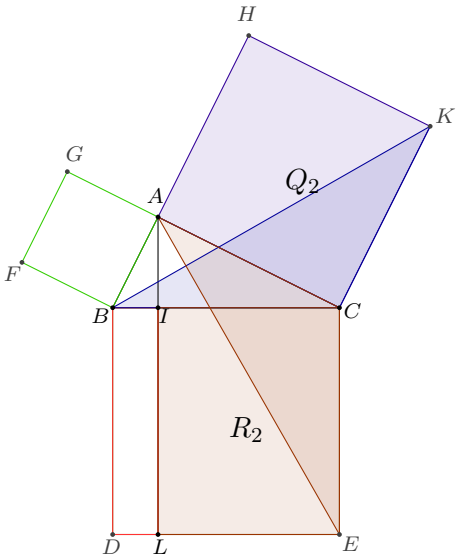

Figura 3: I triangoli BCK e ACE sono congruenti. Il quadrato Q_2 è equivalente al doppio del triangolo BCK e il rettangolo R_2 è equivalente al doppio del triangolo ACE. Ne segue che R_2 è equivalente a Q_2.

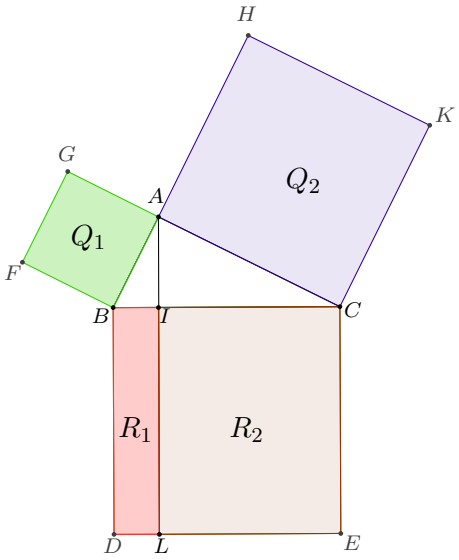

Figura 4: $Q_1 + Q_2$ è equivalente a $R_1 + R_2$.

1.2 Dimostrazione cinese. Chou-pei Suan-ching, 250 A.C.

Si osservi la figura 5: il quadrato grande (di lato $a+b$) è formato da quattro triangoli rettangoli di cateti a, b e da un quadrato più piccolo di lato c. Si ha

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

Ovvero

$$a^2 + b^2 = c^2$$

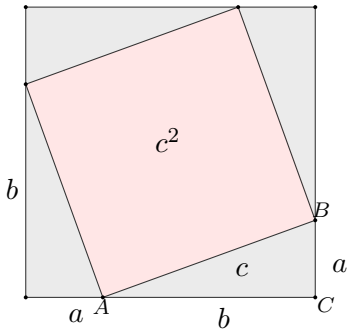

Figura 5:

1.3 Dimostrazione indiana. Bhāskara (1114 D.C., ?)

Come mostra la figura 6, dal quadrato avente per lato l'ipotenusa di lunghezza c vengono sottratti i quattro triangoli rettangoli di colore grigio di cateti a e b. Ciò che si ottiene è il quadrato più piccolo di lato $a - b$, quindi

$$(b-a)^2 = c^2 - 2ab$$

Ovvero

$$c^2 = a^2 + b^2$$

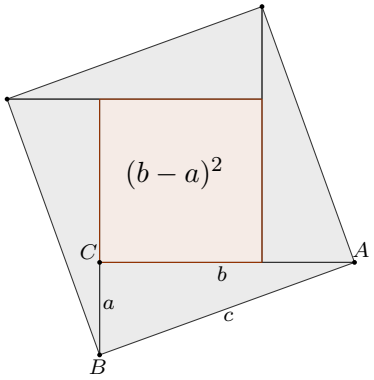

Figura 6: