

Solidi platonici e solidi archimedeei



Mastropasqua, Johansen, Borzini, Pedone

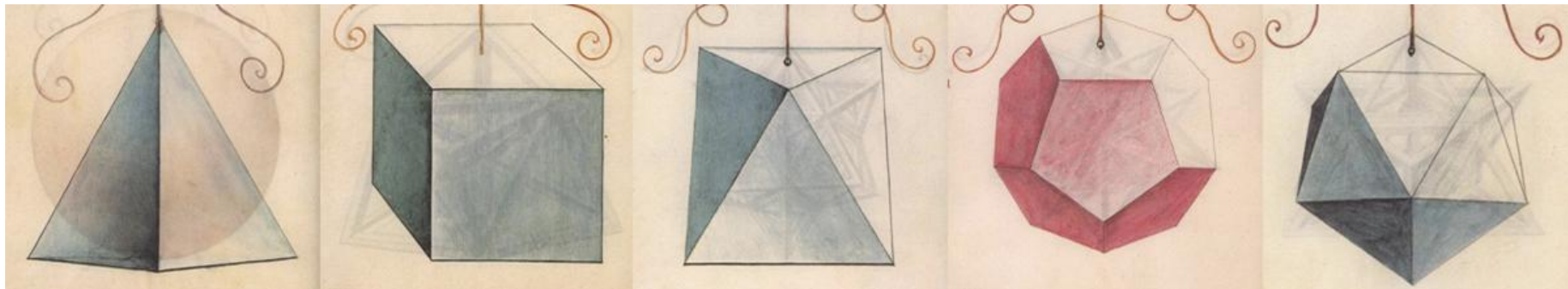
Solidi platonici

Un *solido platonico* è un poliedro convesso che rispetta tre condizioni rigidissime:

1. Facce identiche
2. Vertici identici
3. Spigoli identici

Questi solidi erano già stati scoperti in parte sia dai pitagorici che da Teeteto ma dimostrati in maniera razionale solo successivamente da Platone

A differenza delle altre figure geometriche, ne esistono soltanto **5** in tutto l'universo tridimensionale.



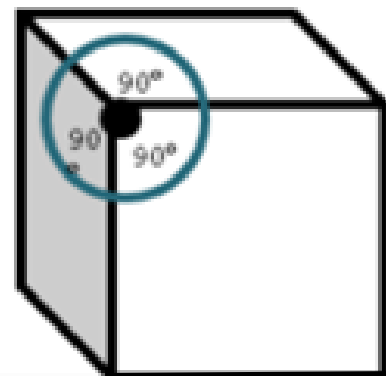
Dimostrazione solidi platonici

Euclide fornì la prova matematica nel Libro XIII, l'ultimo degli "Elementi" (di Euclide).

Perché un poliedro possa esistere, devono essere soddisfatte due condizioni fondamentali in ogni suo vertice:

- devono incontrarsi almeno tre facce
- la somma degli angoli deve essere $< 360^\circ$

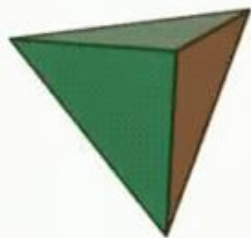
questi vincoli geometrici limitano il numero solo a 5 seguendo lo schema nella slide seguente...



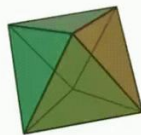
FACCE	FACCE PER UN VERTICE	SOMMA DEGLI ANGOLI DEL VERTICE	POLIEDRO
Triangoli equilateri (angoli 60°)	3	$3 * 60^\circ = 180^\circ$	tetraedro
	4	$4 * 60^\circ = 240^\circ$	ottaedro
	5	$5 * 60^\circ = 300^\circ$	icosaedro
	6	$6 * 60^\circ = 360^\circ$	(angolo piatto)
Quadrati (angoli 90°)	3	$3 * 90^\circ = 270^\circ$	cubo o esaedro
	4	$4 * 90^\circ = 360^\circ$	(angolo piatto)
Pentagoni (angoli 108°)	3	$3 * 108^\circ = 324^\circ$	dodecaedro
	4	$4 * 108^\circ = 432^\circ$	(>angolo piatto)
Esagoni (angoli 120°)	3	$3 * 120^\circ = 360^\circ$	(angolo piatto)

Tetraedro

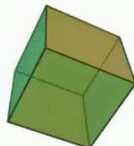
In geometria, un tetraedro è un poliedro con 4 facce. Un tetraedro è necessariamente convesso, le sue facce sono triangoli equilateri, ha 4 vertici e 6 spigoli.



Tetraedro
4 facce triangolari



Ottaedro
8 facce triangolari



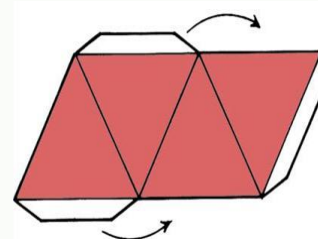
Cubo o esaedro
6 facce quadrate



Dodecaedro
12 facce pentagonali



Icosaedro
20 facce triangolari

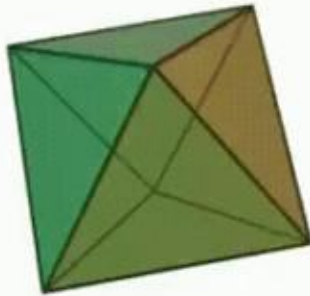


Ottaedro

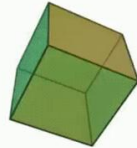
l'ottaedro è un poliedro con 4 facce triangolari.
L'ottaedro regolare è uno dei cinque solidi platonici, le cui facce sono triangoli equilateri. Ha 6 vertici e 12 spigoli.



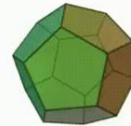
Tetraedro
4 facce triangolari



Ottaedro
8 facce triangolari



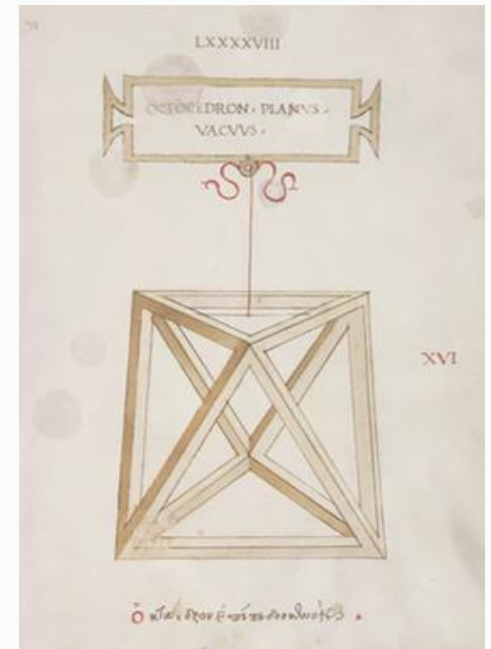
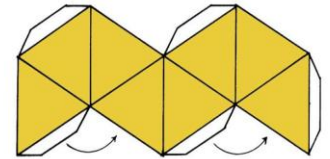
Cubo o esaedro
6 facce quadrate



Dodecaedro
12 facce pentagonali

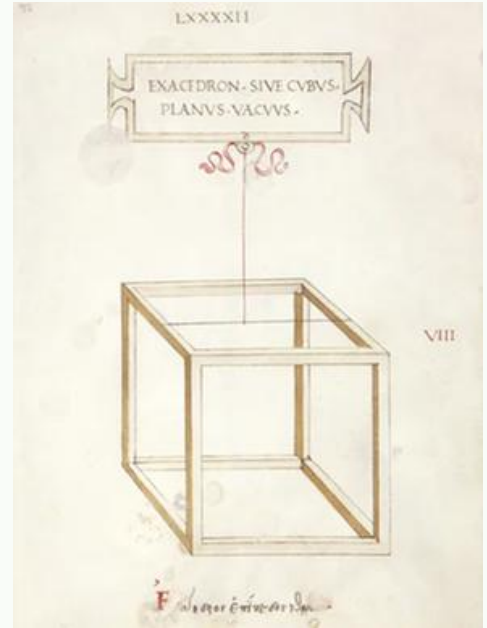


Icosaedro
20 facce triangolari

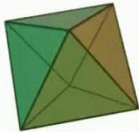


Cubo o Esaedro

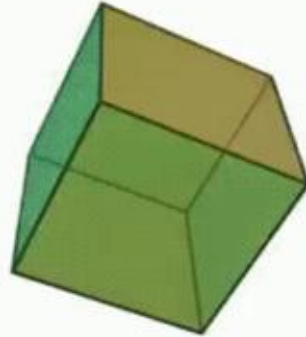
Il cubo (o esaedro regolare) è un poliedro regolare composto da 6 facce quadrate uguali, 12 spigoli congruenti e 8 vertici. Fa parte dei cinque solidi platonici ed è caratterizzato da angoli di 90° .



Tetraedro
4 facce triangolari



Ottaedro
8 facce triangolari



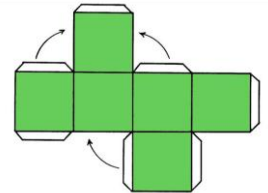
Cubo o esaedro
6 facce quadrate



Dodecaedro
12 facce pentagonali



Icosaedro
20 facce triangolari

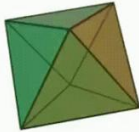


Dodecaedro

Il dodecaedro è un solido geometrico con 12 facce. Presenta 12 pentagoni regolari identici, 20 vertici e 30 spigoli. È un poliedro convesso con angoli di circa $116,55^\circ$



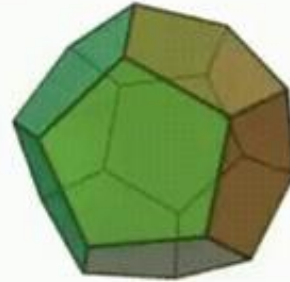
Tetraedro
4 facce triangolari



Ottaedro
8 facce triangolari



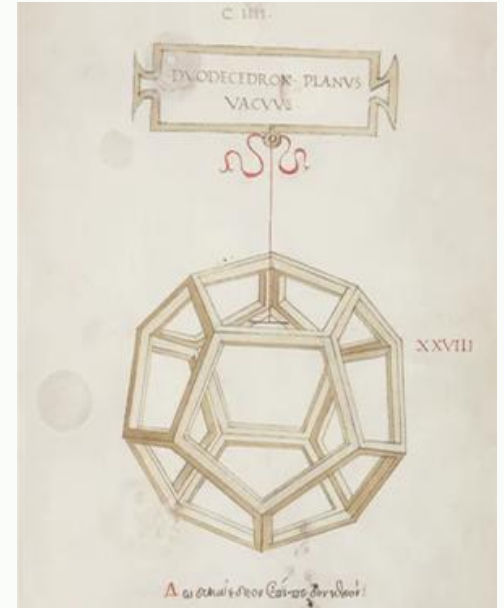
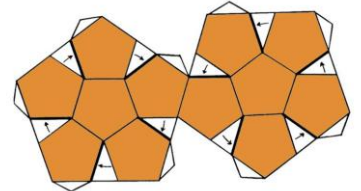
Cubo o esaedro
6 facce quadrate



Dodecaedro
12 facce pentagonali



Icosaedro
20 facce triangolari



Icosaedro

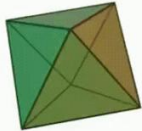
L'icosaedro è un poliedro con 20 facce triangolari equilateri e identiche, ha 12 vertici e 30 spigoli. È un solido convesso e inscrivibile in una sfera, con angoli di circa $138,19^\circ$



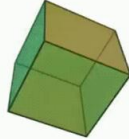
Icosaedro
20 facce triangolari



Tetraedro
4 facce triangolari



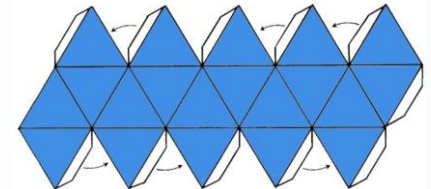
Ottaedro
8 facce triangolari



Cubo o esaedro
6 facce quadrate



Dodecaedro
12 facce pentagonali



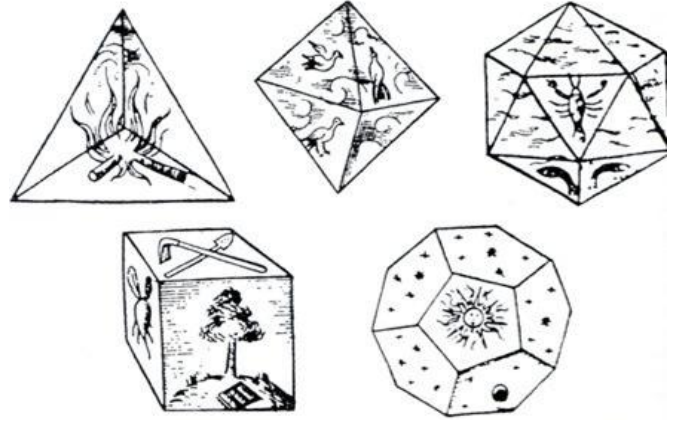
Curiosità

I solidi platonici secondo Platone (Timeo, 360 a.C.):

Per Platone, l'universo è pura geometria: il Demiurgo modella ogni cosa secondo regole matematiche, creando una sinfonia perfetta tra gli elementi.

Platone li associa ai quattro elementi a forme geometriche basate sulle loro proprietà fisiche:

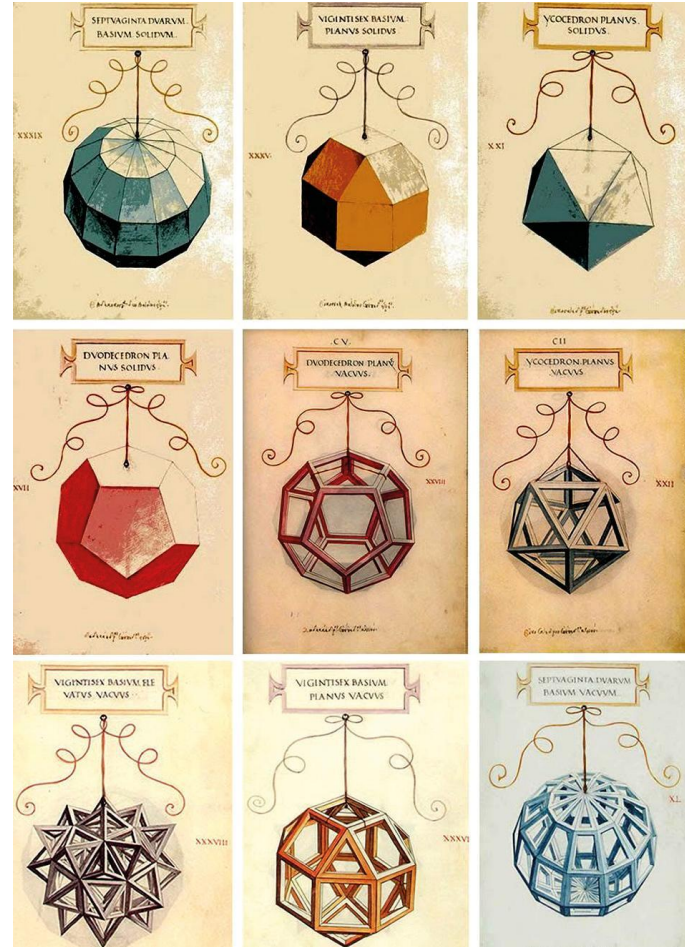
- Terra = Cubo: solida e stabile.
- Acqua = Icosaedro: la meno mobile e la più grande.
- Aria = Ottaedro: posizione intermedia per mobilità e grandezza.
- Fuoco = Tetraedro: il più piccolo, leggero e "tagliante" (mobile).
- Universo = Dodecaedro: l'ultima forma, usata dal Demiurgo per decorare l'intero cosmo.



Curiosità

Nel 1509, in pieno rinascimento, Luca Pacioli, scrisse il trattato “De Divina Proportione” uno studio sulle proporzioni geometriche, facendo particolare attenzione ai solidi platonici, considerandoli una bellezza e una perfezione divina, strettamente legate alla sezione aurea.

Questo trattato venne successivamente illustrato da Leonardo da Vinci con 60 poliedri



Solidi archimedeei

I *solidi archimedeei* sono 13 poliedri convessi caratterizzati da:

1. facce costituite da poligoni regolari di due o più tipi con vertici omogenei
2. le facce non sono tutte identiche
3. vertici equivalenti
4. aspetto del solido è lo stesso da ogni vertice



cubottaedro



icosidodecaedro



tetraedro troncato



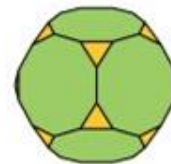
ottaedro troncato



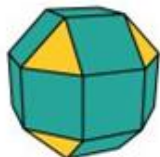
cubo troncato
(o esaedro troncato)



icosaedro troncato



dodecaedro troncato



rombicubottaedro
(o piccolo rombicubottaedro)



cubottaedro troncato
(o grande rombicubottaedro)



rombicosidodecaedro
(o piccolo rombicosidodecaedro)



icosidodecaedro troncato
(o grande rombicosidodecaedro)



cubo camuso
(o cubottaedro camuso)



dodecaedro camuso
(o icosidodecaedro camuso)

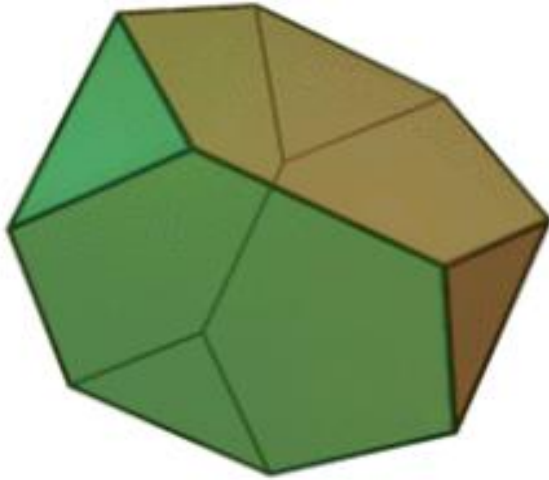
Come ottenere i solidi archimedeei

Il troncamento avviene tagliando via una piramide da ciascuno dei **vertici**. Per ottenere un solido archimedeo (che deve avere spigoli tutti uguali e facce costituite da poligoni regolari), il taglio non può essere casuale: deve avvenire esattamente a **un terzo** o a **metà** o a **più della metà** della lunghezza di ogni spigolo

troncatura semplice: vertici tagliati fino a $\frac{1}{3}$ della lunghezza degli spigoli

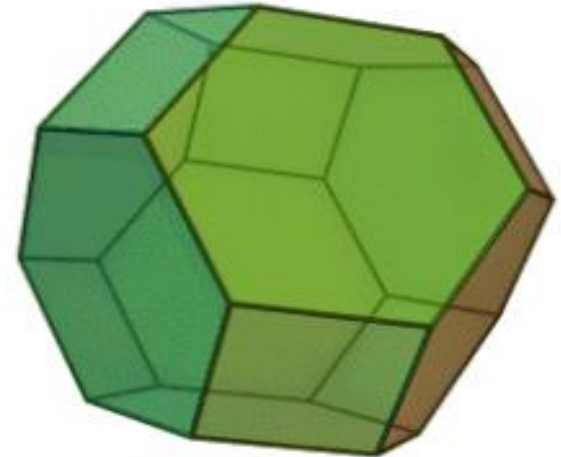
rettificazione: vertici tagliati fino a metà della lunghezza degli spigoli

grande troncamento: vertici tagliati fino a più della metà degli spigoli

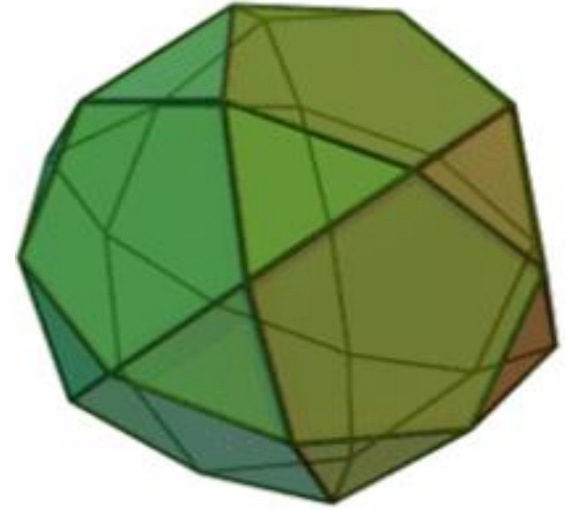


Il **tetraedro troncato** è un solido di Archimede con 8 facce (4 triangoli equilateri e 4 esagoni regolari), 12 vertici e 18 spigoli, ottenuto tagliando i vertici di un tetraedro regolare a un terzo della lunghezza dei suoi spigoli.

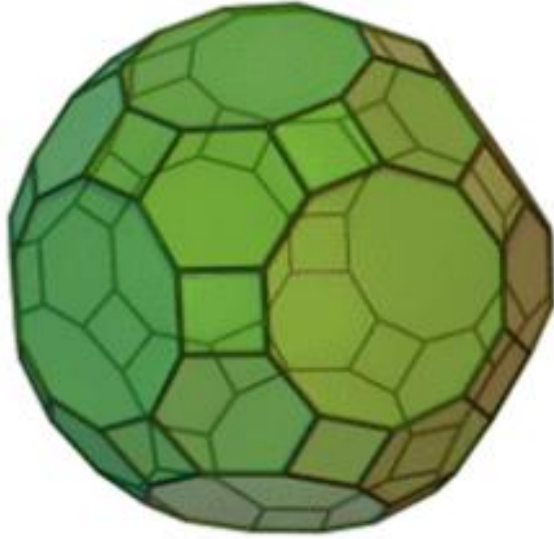
L'**ottaedro troncato** è un poliedro archimedeo ottenuto tagliando i vertici di un ottaedro regolare fino a un terzo della lunghezza degli spigoli. È composto da 14 facce (8 esagoni regolari e 6 quadrati), 36 spigoli e 24 vertici.



Il **cubottaedro** è un poliedro archimedeo composto da 14 facce: 6 quadrati e 8 triangoli equilateri. Ha 12 vertici e 24 spigoli, ottenuti troncando i vertici di un cubo o di un ottaedro fino a metà degli spigoli.

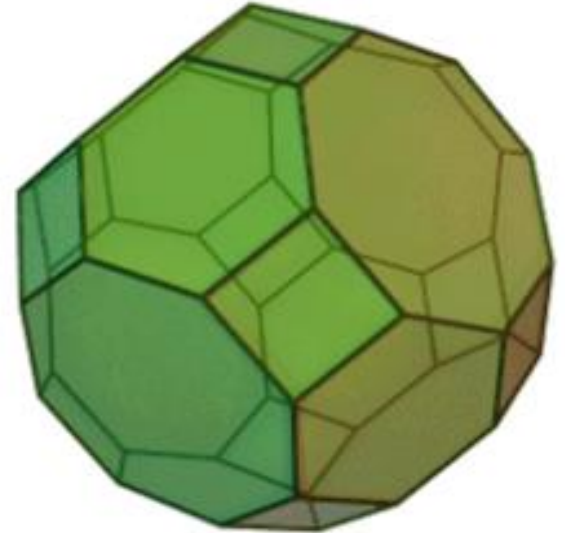


L'**icosidodecaedro** è un poliedro archimedeo con 32 facce (12 pentagoni regolari e 20 triangoli equilateri), 60 spigoli e 30 vertici. Si ottiene troncando i vertici di un dodecaedro o di un icosaedro fino a metà degli spigoli.

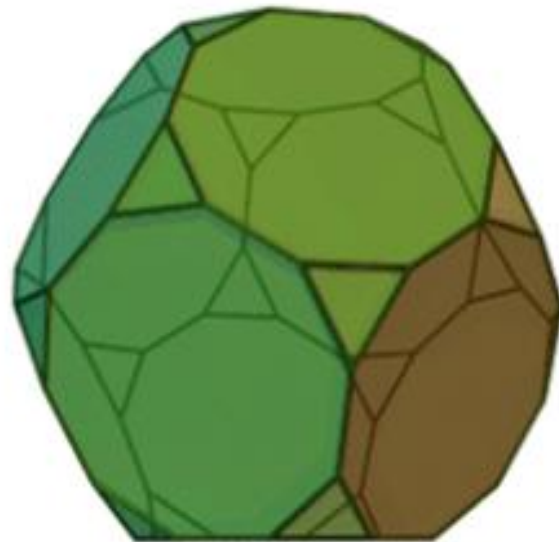
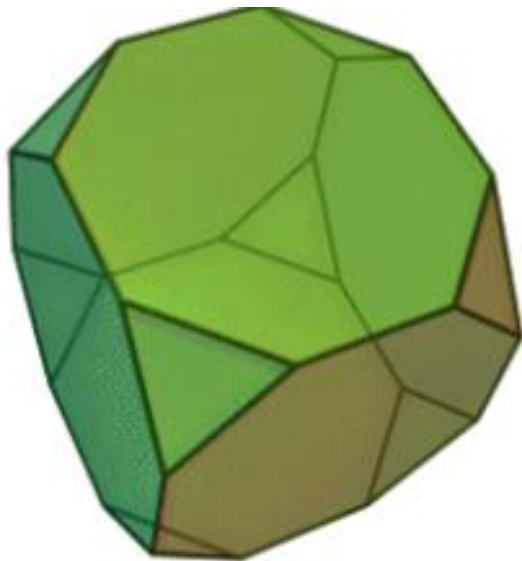


L'**icosidodecaedro troncato** è un solido archimedeo con 62 facce (12 decagoni, 20 esagoni e 30 quadrati), 180 spigoli e 120 vertici. Si ottiene troncando un dodecaedro o un icosaedro.

Il **cubottaedro troncato** (o grande rombicubottaedro) è un poliedro archimedeo con 26 facce (12 quadrate, 8 esagonali e 6 ottagonali), 72 spigoli e 48 vertici. Si ottiene troncando un cubo o un ottaedro.



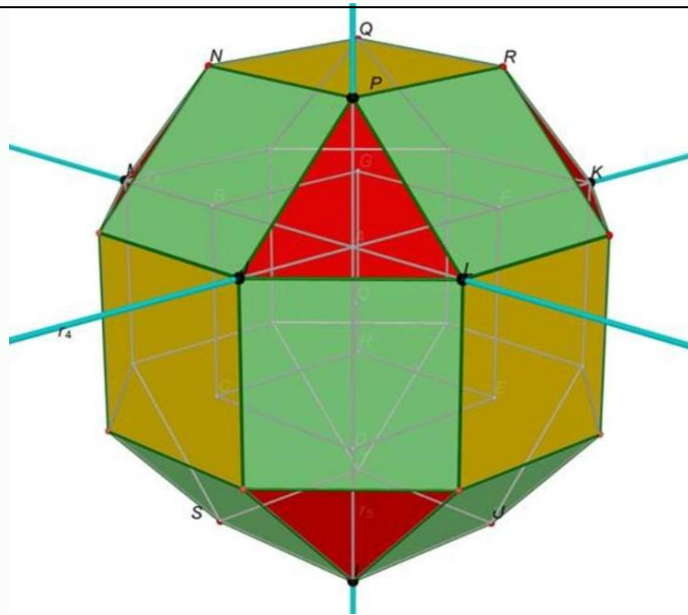
Il **cubo troncato** è un poliedro archimedeo ottenuto tagliando i vertici di un cubo fino a un terzo della lunghezza dei suoi spigoli. È composto da 14 facce totali: 6 ottagoni regolari (derivati dalle facce del cubo) e 8 triangoli equilateri (creati dal taglio dei vertici), oltre a 36 spigoli e 24 vertici.



il **dodecaedro troncato** è un poliedro archimedeo ottenuto tagliando i 20 vertici di un dodecaedro regolare fino a un terzo della lunghezza dei suoi spigoli. È composto da 32 facce (12 decagoni regolari e 20 triangoli equilateri), 60 vertici e 90 spigoli.

L'espansione

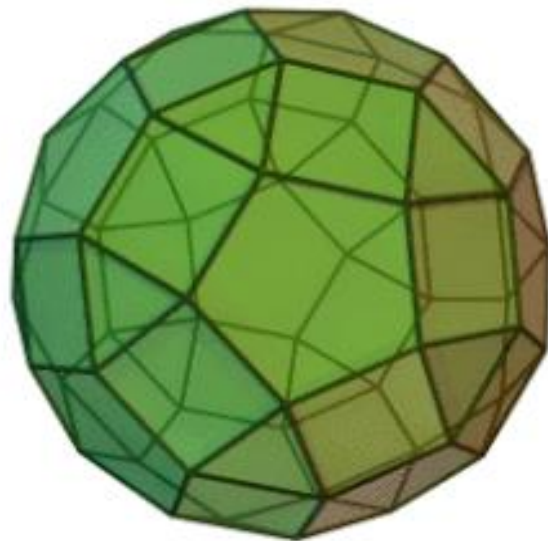
L'espansione è un'operazione geometrica utilizzata per costruire alcuni dei 13 solidi archimedei a partire dai solidi platonici. Questo processo consiste nell'allontanare dal centro le facce del poliedro platonico di partenza, mantenendole parallele alla loro posizione originale, e colmando gli spazi vuoti che si creano con nuove facce (quadrati o altri poligoni). I solidi archimedei che si ottengono tramite questo processo sono il **Rombicubottaedro** e il **Rombicosidodecaedro**.





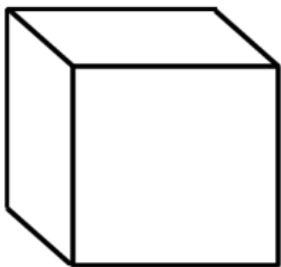
Il **rombicosidodecaedro** è un poliedro archimedeo con 62 facce: 20 triangoli equilateri, 30 quadrati e 12 pentagoni regolari. È un solido con 60 vertici e 120 spigoli. Si ottiene per espansione dall'icosaedro (verso l'esterno si spostano le 20 facce triangolari) o dal dodecaedro (le 12 facce pentagonali si spostano verso l'esterno).

Il **rombicubottaedro** (o piccolo rombicubottaedro) è un solido archimedeo che presenta 26 facce (18 quadrati e 8 triangoli equilateri), 48 spigoli e 24 vertici. Si può costruire partendo da un cubo espandendone le facce e inserendo facce quadrate sugli spigoli e triangolari sui vertici.



La dualità tra due solidi

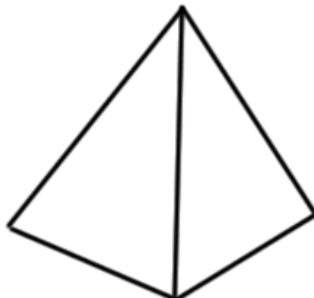
La dualità tra solidi platonici è una relazione geometrica che associa coppie di poliedri regolari, in cui i vertici dell'uno corrispondono ai centri delle facce dell'altro. Questa trasformazione scambia il numero di facce con quello dei vertici, mantenendo costante il numero di spigoli. Le coppie duali sono: Cubo-Ottaedro e Icosaedro-Dodecaedro, mentre il Tetraedro è autoduale. Questo spiega come partendo dall'espansione del cubo o dell'ottaedro si ottiene un rombicubottaedro; e dall'espansione dell'icosaedro o del dodecaedro si ottiene un rombicosidodecaedro. In sintesi, si può ottenere lo stesso solido con l'espansione di due solidi platonici se quest'ultimi sono duali fra loro.



esaedro



ottaedro



tetraedro



dodecaedro



icosaedro

facce	6
spigoli	12
vertici	8

8
12
6

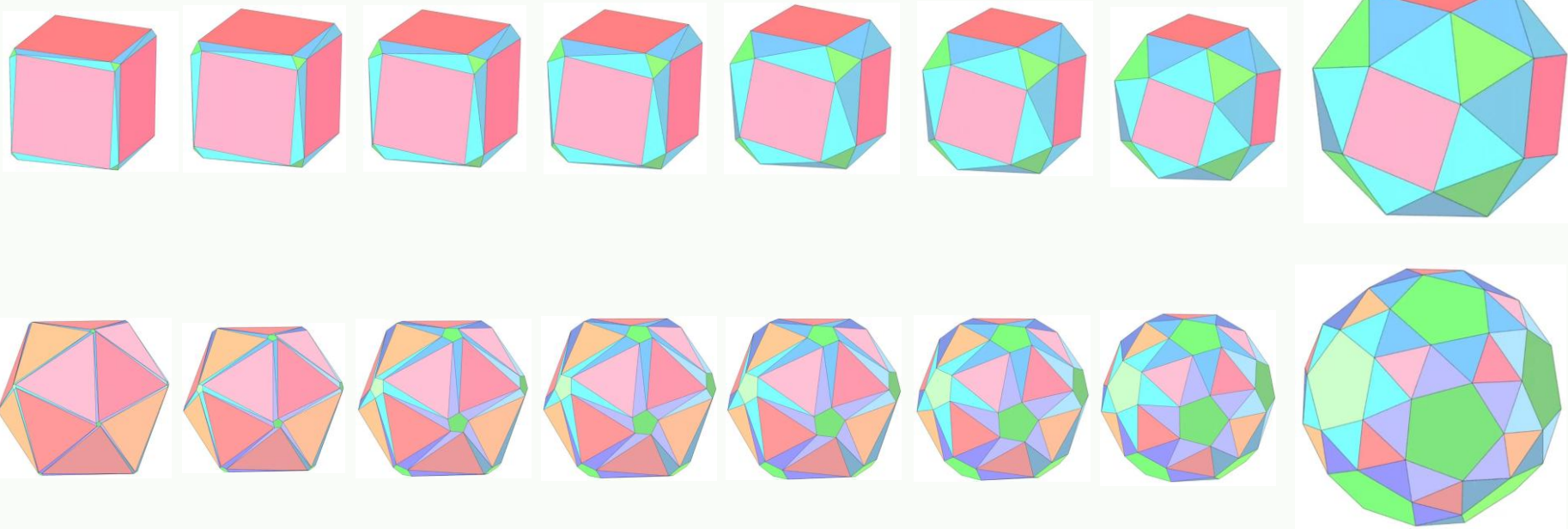
facce	4
spigoli	6
vertici	4

facce	12
spigoli	30
vertici	20

20
30
12

La smussatura

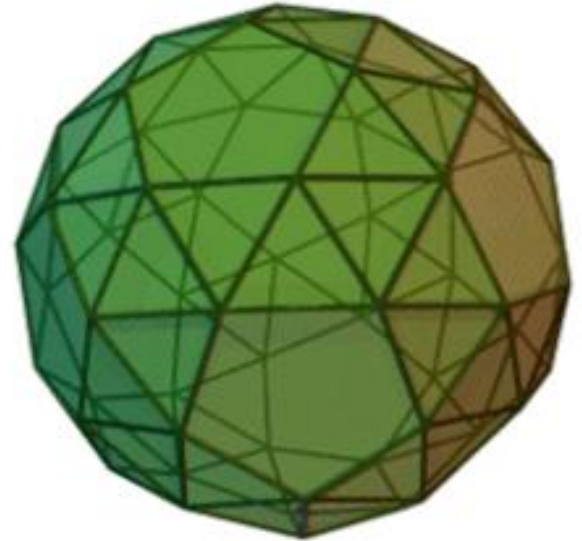
La smussatura è un processo più complesso che combina l'espansione con una rotazione delle facce originali, riempiendo gli spazi vuoti solo con triangoli equilateri. Mentre si allontanano, queste facce vengono spesso rimpicciolite (contratte) rispetto alla dimensione originale per fare spazio ai triangoli che dovranno riempire gli spazi vuoti. La smussatura produce solidi "camusi" ovvero il **cubo camuso** e il **dodecaedro camuso**.

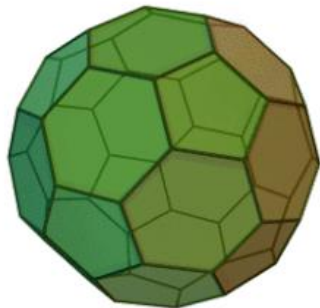




Il **cubo camuso** (o cubo simo) è un solido di Archimede, caratterizzato da 38 facce: 6 quadrati e 32 triangoli equilateri. Presenta 60 spigoli e 24 vertici.

Il **dodecaedro camuso** è un poliedro archimedeo con 92 facce: 12 pentagoni regolari e 80 triangoli equilateri. Presenta 60 vertici e 150 spigoli.



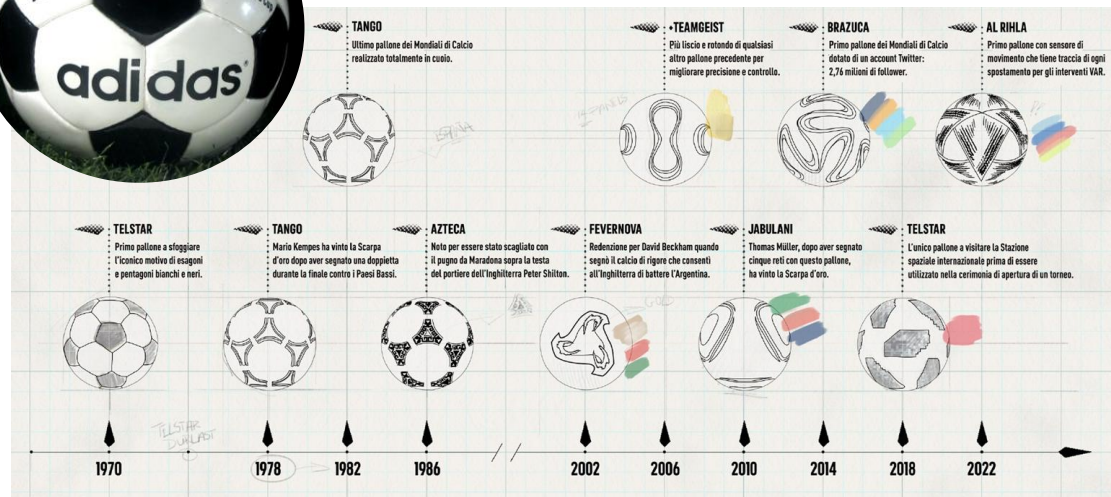


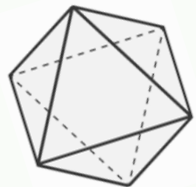
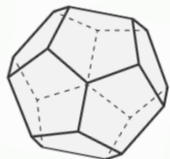
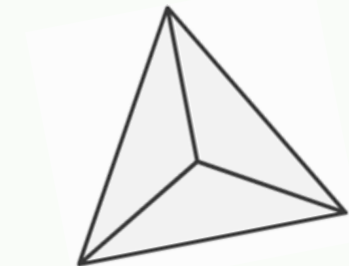
L'**icosaedro troncato** è un poliedro archimedeo, un solido semiregolare con 32 facce (20 esagoni e 12 pentagoni regolari), 90 spigoli e 60 vertici. Si ottiene troncando i 12 vertici di un icosaedro regolare a un terzo della lunghezza del lato.

Il classico pallone da calcio (modello **Telstar**, introdotto nei Mondiali del 1970) è la versione fisica dell'icosaedro troncato

Perché questa forma?:

- **Sfericità:** Una volta gonfiato, la pressione interna "curva" le facce piane rendendolo quasi perfettamente sferico.
- **Aerodinamica:** La distribuzione simmetrica di pentagoni ed esagoni garantisce traiettorie stabili e prevedibili.





Fine

